ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ»
КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ

ПРАКТИКУМ ПО ГЕОМЕТРИИ 9 КЛАСС

Учебное пособие

ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ» КРАСНОДАРСКОГО КРАЯКАФЕДРА

КАФЕДРА МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

ПРАКТИКУМ ПО ГЕОМЕТРИИ
9 класс

Учебное пособие

Краснодар, 2021

УДК 514.1
ББК 74.202.6
П 69

Рекомендовано к изданию решением редакционно-издательского совета ГБОУ ИРО Краснодарского края от 17.08.2021 г.

Одобрено на внеочередном заседании Регионального учебно-методического объединения в системе общего образования Краснодарского края (протокол № 4 от 18.08.2021 г.)

Утверждено на заседании Ученого совета ГБОУ ИРО Краснодарского края протоколом № 6 от 31.08.2021 г.

Р е ц е н з е н т :

Васильева Ирина Викторовна, доцент кафедры функционального анализа и алгебры КубГУ, к.п.н.

А в т о р ы – с о с т а в и т е л и :

Белай Елена Николаевна, заведующий кафедрой математики и информатики ГБОУ ИРО Краснодарского края

Барышенский Дмитрий Сергеевич, доцент кафедры математики и информатики ГБОУ ИРО Краснодарского края

Василишина Надежда Владимировна, старший преподаватель кафедры математики и информатики ГБОУ ИРО Краснодарского края

Есипенко Татьяна Николаевна, учитель математики МАОУ гимназии № 92 г. Краснодара

Казакова Наталья Михайловна, учитель математики МБОУ СОШ № 73 г. Краснодара

Кузнецова Ольга Вадимовна, учитель математики МБОУ лицей № 4 г. Краснодара

Саламаха Надежда Сергеевна, учитель математики МБОУ СОШ № 85 г. Краснодара

Соколова Наталья Александровна, учитель математики МБОУ лицей № 4 г. Краснодара

Сучкова Наталья Львовна, учитель математики МАОУ СОШ 10 ст. Петропавловской Курганинского района

Чепрасова Анна Валериевна, учитель математики МБОУ СОШ № 47 г. Краснодара

Экшиян Алиса Андреевна, учитель математики МАОУ гимназии № 92 г. Краснодара

Практикум по геометрии, 9 класс»: учебное пособие. / под ред. Е.Н. Белай. – Краснодар, ГБОУ ИРО Краснодарского края. - 2021. - 126 с.

Данное пособие входит в учебно-методический комплект для преподавания элективного курса для обучающихся 9-х классов «Практикум по геометрии» и предназначено для обучающихся. В пособии собран краткий теоретический материал, задачи на проверку теоретических знаний и практических умений по геометрии базового и повышенного уровня сложности, исторические сведения.

Оглавление

От авторов

Дорогой девятиклассник!

Ты держишь в руках учебное пособие к курсу «Практикум по геометрии», которое поможет тебе узнать интересные исторические факты, научиться решать различные задачи, хорошо подготовиться к итоговой аттестации по математике. В этом пособии собран краткий теоретический материал, задачи на проверку теоретических знаний и практических умений по геометрии базового и повышенного уровня сложности, исторические сведения.

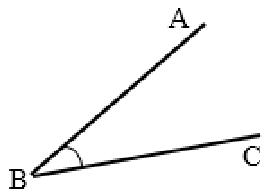
Номера заданий на проверку теоретических знаний обозначены (Т1), номера заданий повышенного уровня сложности подчеркнуты (<u>12</u>). В конце пособия предусмотрена рубрика «Исторические сведения».

Мы надеемся, что занятия курса «Практикум по геометрии» будут для тебя интересными и полезными. Желаем успехов в изучении геометрии!

Раздел 1. Углы

Теоретический материал
Угол. Биссектриса угла.

Угол – это геометрическая фигура, которая состоит из точки и двух лучей, исходящих из этой точки.



Лучи называются *сторонами угла*, общее начало – *вершиной угла*.

BA, BC – стороны, B – вершина

Обозначение угла: $\angle B, \angle ABC, \angle CBA$

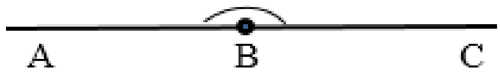
Виды углов: *развернутый, прямой, острый, тупой.*

Угол, стороны которого лежат на одной прямой, называется *развернутым*.

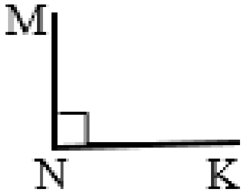
Угол, градусная мера которого равна 90^0, называется *прямым*.

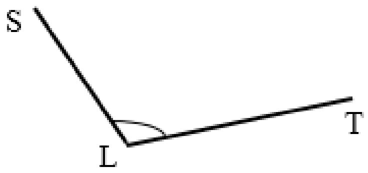
Угол, градусная мера которого меньше 90^0, называется *острым*.

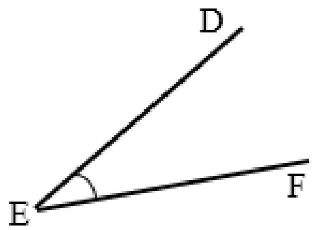
Угол, градусная мера которого больше 90^0, но меньше 180^0, называется *тупым.*



$\angle ABC$ – развернутый



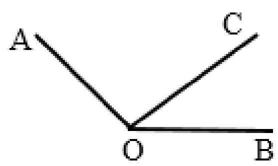




$\angle MNK$ – прямой $\angle SLT$– тупой $\angle DEF$ – острый

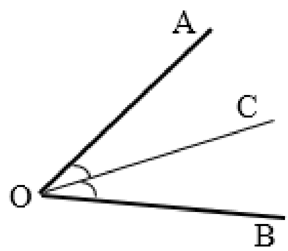
Свойство градусной меры угла.

Если луч делит угол на два угла, то градусная мера всего угла равна сумме градусных мер этих углов. $\angle AOC + \angle BOC = \angle AOB$



Луч, исходящий из вершины угла и делящий его на два равных угла, называется *биссектрисой угла*.

Луч OC – биссектриса угла $\angle AOB$

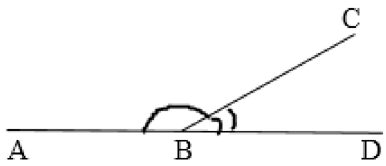


Смежные и вертикальные углы.

Два угла, у которых одна сторона общая, а две другие являются продолжениями одна другой, называются *смежными.*

Сумма смежных углов равна 180^0.

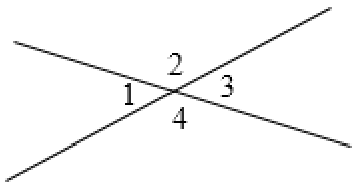
$$\angle ABC + \angle CBD = 180^0$$



Два угла называются *вертикальными,* если стороны одного угла являются продолжениями сторон другого.

$\angle 1$ и $\angle 3$, $\angle 2$ и $\angle 4$ вертикальные.

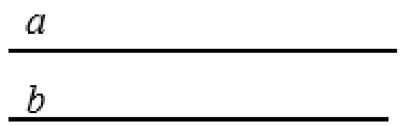
Вертикальные углы равны. $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4$.



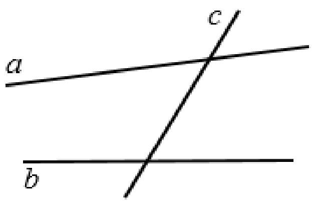
Углы, образованные параллельными прямыми и секущей.

Две прямые на плоскости называются *параллельными*, если они не пересекаются.

$$a \parallel b$$



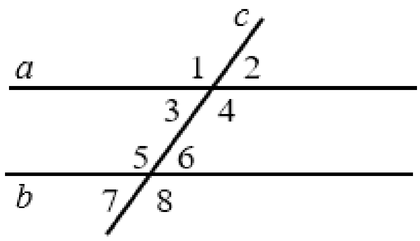
Прямая c называется *секущей* по отношению к прямым a и b, если она пересекает их в двух точках.



При пересечении двух прямых секущей образуются 8 углов.

$\angle 3$ и $\angle 6$, $\angle 4$ и $\angle 5$ – *внутренние накрест лежащие углы*

$\angle 3$ и $\angle 5$, $\angle 4$ и $\angle 6$ – *внутренние односторонние углы*



$\angle 1$ и $\angle 5$, $\angle 3$ и $\angle 7$, $\angle 2$ и $\angle 6$, $\angle 4$ и $\angle 8$ – *соответственные углы*

Признаки параллельности прямых.

1. Если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.
2. Если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы равны, то прямые параллельны.
3. Если при пересечении двух прямых секущей сумма односторонних углов равна 180^0, то прямые параллельны.

Свойства параллельных прямых.

1. Если две параллельные прямые пересечены секущей, то накрест лежащие углы равны.
2. Если две параллельные прямые пересечены секущей, то сумма односторонних углов равна 180^0.
3. Если две параллельные прямые пересечены секущей, то соответственные углы равны.
4.

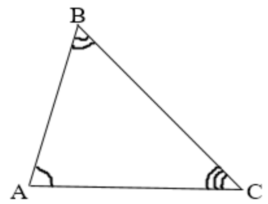
Аксиома параллельных прямых.

Через точку, не лежащую на данной прямой, проходит только одна прямая, параллельная данной.

Следствия.

1. Если прямая пересекает одну из двух параллельных прямых, то она пересекает и другую.
2. Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.

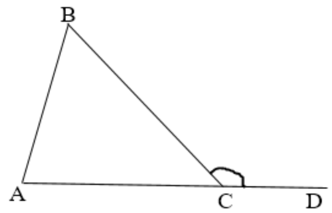
Сумма углов треугольника. Внешние углы треугольника.



Теорема.

Сумма углов треугольника равна 180^0.

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$$



Внешним углом треугольника называется угол, смежный с каким-нибудь углом этого треугольника.

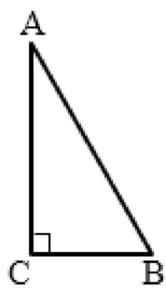
$\angle BCD$ – *внешний.*

Свойство.

Внешний угол треугольника равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним.

$\angle BCD = \angle A + \angle B.$

Свойства прямоугольного треугольника.



1. Сумма двух острых углов прямоугольного треугольника равна 90^0.

$$\angle A + \angle B = 90^0$$

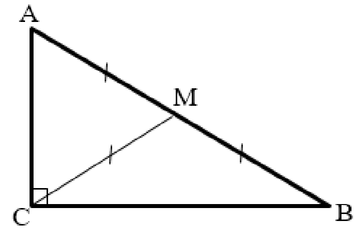
2. Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30^0, равен половине гипотенузы.

Если $\angle A = 30^0$, *то* $CB = \frac{1}{2}AB$

3. Если катет прямоугольного треугольника равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета, равен 30^0.

Если $CB = \frac{1}{2}AB$, *то* $\angle A = 30^0$

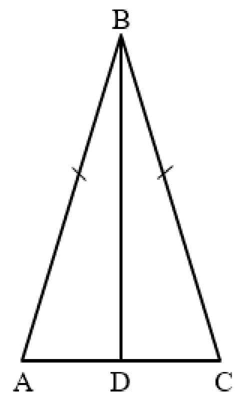
4. Медиана прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, равна половине гипотенузы.



Если CM – медиана, то $CM = \frac{1}{2}AB$.

Углы в равнобедренном, равностороннем треугольниках.

Треугольник называется *равнобедренным*, если две его стороны равны. ΔABC – равнобедренный.



Равные стороны называются *боковыми сторонами*, а третья сторона – *основанием*.

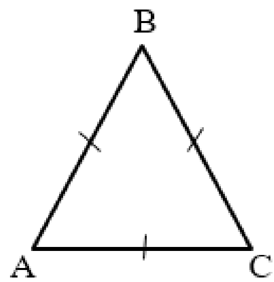
$AB = CB$ – боковые стороны, AC – основание

Свойства равнобедренного треугольника.

1. В равнобедренном треугольнике углы при основании равны. $\angle A = \angle C$
2. В равнобедренном треугольнике биссектриса, проведенная к основанию, является медианой и высотой.

BD *– биссектриса, высота, медиана.*

Треугольник, все стороны которого равны, называется *равносторонним*.



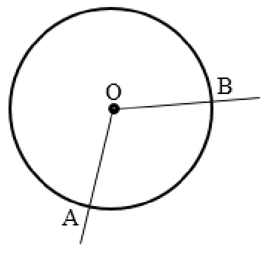
ΔABC *– равносторонний* $AB = BC = AC$.

Свойства равностороннего треугольника.

1. В равностороннем треугольнике все углы равны по 60^0.
2. В равностороннем треугольнике биссектриса, медиана и высота, проведенные из одной вершины, совпадают.

Углы, связанные с окружностью.

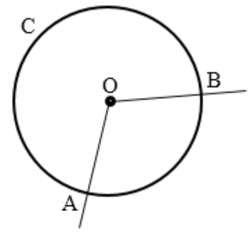
Угол с вершиной в центре окружности, называется ее *центральным* углом.



$\angle AOB$ *– центральный*

Если дуга АВ окружности с центром О меньше полуокружности или является полуокружностью, то ее градусная мера равна градусной мере центрального угла АОВ.

$\cup AB = \angle AOB$



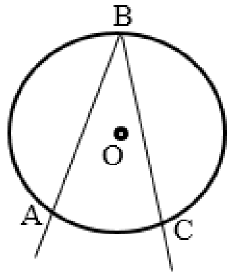
Если дуга АСВ окружности с центром О больше полуокружности, то ее градусная мера равна

$360^0 - \angle AOB.$

$\cup ACB = 360° - \angle AOB$

Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность, называется *вписанным* углом.

$\angle ABC$ – *вписанный.*



Теорема.

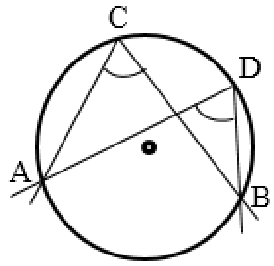
Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

$\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AC$

Следствия.

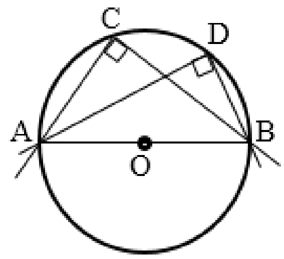
1. Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.

$$\angle ACB = \angle ADB$$



2. Вписанный угол, опирающийся на полуокружность, – прямой.

$\cup AB$ – полуокружность, то $\angle ACB = \angle ADB = 90^0$



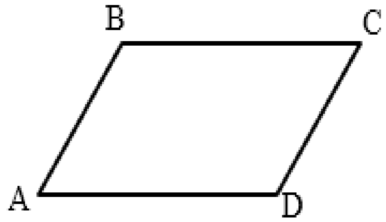
Углы в четырехугольниках.

Многоугольник называется *выпуклым*, если он лежит по одну сторону от каждой прямой, проходящей через две его соседние вершины.

Сумма углов выпуклого n-угольника равна $(n-2) \cdot 180^0$.

Сумма углов выпуклого четырехугольника равна 360^0.

Свойства углов четырехугольников.

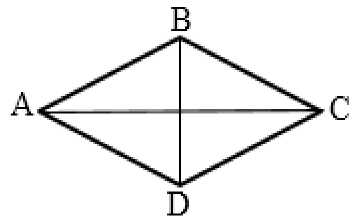


1. В *параллелограмме* противоположные углы равны.

$\angle A = \angle C,\ \angle B = \angle D$

2. В *параллелограмме* сумма углов, прилежащих к одной стороне равна 180^0.

$\angle A + \angle B = 180^0,\ \angle B + \angle C = 180^0$



3. В *ромбе* диагонали делят его углы пополам.

ABCD – ромб, то

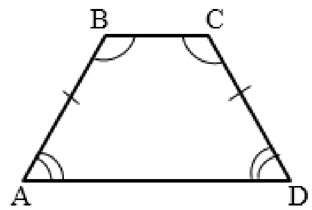
$$\angle BAC = \angle DAC, \angle BCA = \angle DCA$$

$$\angle ABD = \angle CBD, \angle ADB = \angle CDB$$

4. В *ромбе* диагонали перпендикулярны.

$$AC \perp BD$$

5. В *квадрате* все углы прямые.



6. В *равнобедренной трапеции* углы при каждом основании равны.

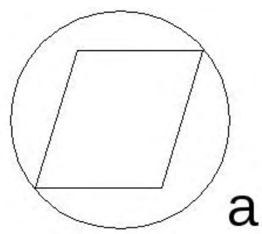
ABCD – равнобедренная трапеция, то

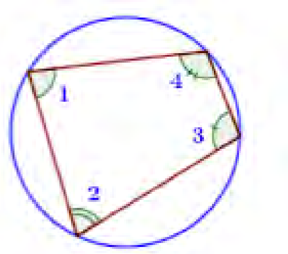
$$\angle A = \angle D, \angle B = \angle C$$

Описанная около четырехугольника, правильного многоугольника окружность.

Окружность называется *описанной* около четырехугольника, если все вершины четырехугольника лежат на окружности.

Около четырехугольника не всегда можно описать окружность. Например, нельзя описать окружность около ромба, не являющегося квадратом (рис. а).



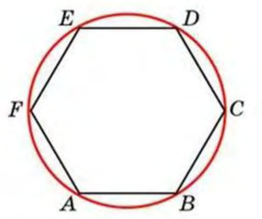


В любом вписанном четырехугольнике сумма противоположных углов равна 180°.

$\angle 1 + \angle 3 = \angle 2 + \angle 4 = 180°$

Обратное утверждение: если сумма противоположных углов четырехугольника равна 180°, то около него можно описать окружность.

Около любого правильного многоугольника можно описать окружность, и притом только одну



AB = BC = CD = DE =EF = FA

Центр окружности, описанной около правильного многоугольника, совпадает с центром окружности, вписанной в тот же многоугольник.

Эта точка называется *центром* правильного многоугольника.

Формулы радиусов описанной и вписанной окружностей для правильных n-угольников.

$$R = \frac{a_n}{2\sin\frac{180^\circ}{n}} \qquad r = \frac{a_n}{2tg\frac{180^\circ}{n}}$$

n	3	4	6
R	$\frac{a\sqrt{3}}{3}$	$\frac{a\sqrt{2}}{2}$	a
r	$\frac{a\sqrt{3}}{6}$	$\frac{a}{2}$	$\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Проверяем себя

Т1. Заполните пропуски:

а) Биссектриса угла – это _______, который делит угол пополам.

б) Угол, стороны которого лежат ______, называется развернутым.

Т2. Укажите верные утверждения:

а) угол, который больше прямого угла – тупой;

б) биссектриса угла делит его пополам;

в) если угол в 2 раза больше острого, то этот угол является тупым.

Т3. Укажите неверные утверждения:

а) сумма двух острых углов всегда является острым углом;

б) острый угол всегда меньше тупого угла;

в) развернутый угол в 2 раза больше острого угла.

Т4. Ответьте на вопросы:

а) Если данный угол тупой, то каким будет угол, смежный с ним?

б) Если данный угол тупой, то каким будет угол, вертикальный с ним?

в) Если данный угол увеличить, как изменится угол, смежный с ним?

г) Если данный угол увеличить, как изменится угол, вертикальный ему?

д) Если данный угол уменьшить в 2 раза, как изменится угол, вертикальный ему?

е) Если данный угол тупой, то какой угол больше: смежный с ним или вертикальный ему?

ж) Если данный угол увеличить на 20^0, как изменится угол, смежный с ним?

Т5. Выберите неверные утверждения:

а) Если угол равен 35^0, то смежный с ним равен 65^0.

б) Через любую точку плоскости можно провести прямую.

в) Смежные углы равны.

г) Биссектриса делит угол на два равных угла.

Т6. Какие из следующих утверждений верны?

а) Сумма вертикальных углов равна 180^0.

б) Через любые две точки плоскости можно провести прямую.

в) Градусная мера острого угла меньше 90^0.

г) Если данный угол увеличить на 20^0, то вертикальный с ним угол увеличится на 20^0.

Т7. Вставьте пропущенные слова:

а) Если две прямые перпендикулярны третьей прямой, то эти две прямые ____________.

б) Если две прямые ________ не пересекаются, то они _________.

Т8. Верно ли утверждение:

а) Если две прямые перпендикулярны третьей прямой, то они перпендикулярны.

б) Если угол равен 80^0, то вертикальный ему угол равен 100^0.

в) Если две параллельные прямые пересечены третьей прямой, то сумма односторонних углов равна 180^0.

г) Если две прямые не пересекаются, то они параллельны.

д) Если при пересечении двух прямых третьей прямой накрест лежащие углы равны 18°, то эти две прямые параллельны.

е) Если угол прямой, то смежный с ним угол также является прямым.

Т9. Выберите верные утверждения:

а) Накрест лежащие углы, образованные двумя параллельными прямыми и секущей, равны.

б) Любые две прямые имеют ровно одну общую точку.

в) Если при пересечении двух прямых третьей прямой накрест лежащие углы составляют в сумме 90°, то эти две прямые параллельны.

г) Через любые три точки проходит ровно одна прямая.

д) Если при пересечении двух прямых третьей прямой соответственные углы равны 43^0, то эти две прямые параллельны.

Т10. Выберите верные утверждения:

а) Внешний угол треугольника равен сумме двух внутренних углов.

б) Смежные углы равны.

в) Вертикальные углы равны.

г) В тупоугольном треугольнике все углы тупые.

Т11. Выберите неверные утверждения:

а) Сумма смежных углов 180°.

б) Сумма углов треугольника 180°.

в) Сумма вертикальных углов 180°.

г) Один из углов треугольника всегда не превышает 60 градусов.

д) Внешний угол больше любого внутреннего угла треугольника

Т12. Заполните пропуски:

а) Внешний угол треугольника равен __________ двух углов треугольника, не смежных с ним.

б) В остроугольном треугольнике _______ острые.

Т13. Выберите неверные утверждения:

а) В равностороннем треугольнике две стороны равны.

б) Любая медиана равностороннего треугольника является биссектрисой и высотой.

в) В равнобедренном треугольнике хотя бы два угла равны.

г) В равностороннем треугольнике все углы по 60°.

Т14. Выберите верные утверждения:

а) Если в равнобедренном треугольнике есть угол 60°, то треугольник равносторонний.

б) Любая биссектриса равнобедренного треугольника является медианой и высотой.

в) Углы при основании равнобедренного треугольника равны.

г) Если в треугольнике высота является медианой, то треугольник-равнобедренный.

Т15. Выберите верные утверждения:

а) Если в прямоугольном треугольнике есть угол 45°, то треугольник – равнобедренный.

б) В равнобедренном треугольнике высота, проведенная к основанию, является медианой и биссектрисой.

в) Сумма углов равностороннего треугольника равна 180°.

г) Треугольник, в котором две стороны равны, называется равнобедренным.

Т16. Укажите верные утверждения:

а) Угол, вписанный в окружность, равен соответствующему центральному углу, опирающемуся на ту же дугу.

б) Угол, вписанный в окружность, в два раза больше соответствующего центрального угла, опирающегося на ту же дугу.

в) Вписанный угол, опирающийся на диаметр, равен 90°.

г) Если вписанный угол опирается на дугу, составляющую 20% окружности, то он равен 36^0.

Т17. Укажите неверные утверждения:

а) Все вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны.

б) Диаметр делит окружность на две равные дуги.

в) Центральный угол равен половине дуги, на которую он опирается.

г) Если вписанные углы равны, то они опираются на одну и ту же дугу.

Т18. Заполните пропуски:

а) Угол, вершина которого …, а … окружность, называется вписанным углом.

б) Вписанный угол …, на которую он опирается.

в) Вписанный угол, опирающийся на …, – прямой.

Т19. Выберите верные утверждения:

а) В параллелограмме есть два равных угла.

б) Если в ромбе один из углов 90°, то такой ромб – квадрат.

в) В ромбе все углы равны.

г) Существует выпуклый четырехугольник, все углы которого острые.

д) Существует выпуклый четырехугольник, все углы которого прямые.

Т20. Выберите неверные утверждения:

а) В равнобедренной трапеции углы при основании равны.

б) В параллелограмме сумма любых двух углов равна 180°

в) Сумма углов выпуклого четырехугольника равна 360°.

г) Существует трапеция, все углы которой равны.

Т21. Выберите верное утверждение:

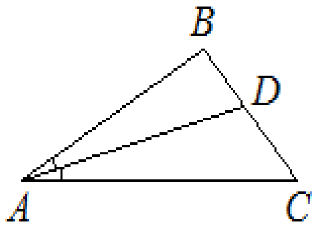
1) Диагонали квадрата являются биссектрисами его углов.

2) Диагонали прямоугольника пересекаются под прямым углом.

3) Существует параллелограмм с углами 30° и 120°.

Решаем задачи

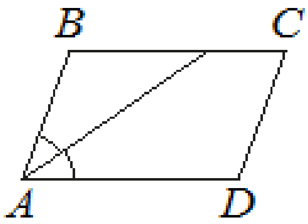
1. а) В треугольнике ABC известно, что $\angle BAC = 26^0$, AD – биссектриса. Найдите угол BAD. Ответ дайте в градусах.



б) В треугольнике ABC известно, что $\angle BAD = 38°$, AD – биссектриса. Найдите угол BAC. Ответ дайте в градусах.

в) В треугольнике ABC известно, что $\angle BAC=86°$, AD – биссектриса. Найдите угол CAD. Ответ дайте в градусах.

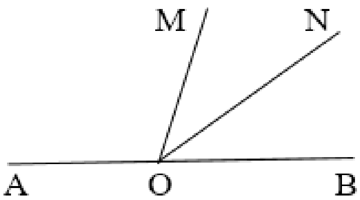
2. а) Найдите острый угол параллелограмма ABCD, если биссектриса угла А образует со стороной ВА угол, равный 44°. Ответ дайте в градусах.



б) Найдите меньший угол параллелограмма ABCD, если биссектриса угла A образует со стороной BA угол, равный 26°. Ответ дайте в градусах.

в) Найдите угол A параллелограмма ABCD, если биссектриса угла A образует со стороной AD угол, равный 18°. Ответ дайте в градусах.

3. а) Угол AOB – развернутый, луч OM делит его на два угла: AOM и BOM. Луч ON является биссектрисой угла MOB, $\angle AON = 152^0$. Найдите угол MOB.

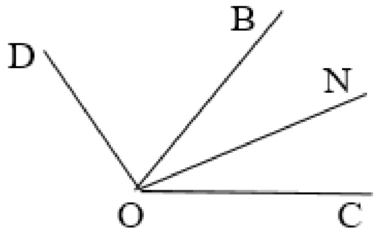


Ответ дайте в градусах.

б) Угол AOB – развернутый, луч OM делит его на два угла: AOM и BOM. Луч ON является биссектрисой угла MOB, $\angle BON = 33^0$. Найдите угол MOA. Ответ дайте в градусах.

в) Угол AOB – развернутый, луч OM делит его на два угла: AOM и BOM. Луч ON является биссектрисой угла MOB, $\angle MON = 21^0$. Найдите угол AON. Ответ дайте в градусах.

4. а) Луч OB – биссектриса угла DOC, луч ON – биссектриса угла BOC. Найдите угол BON, если $\angle DOB = 52^0$. Ответ дайте в градусах.

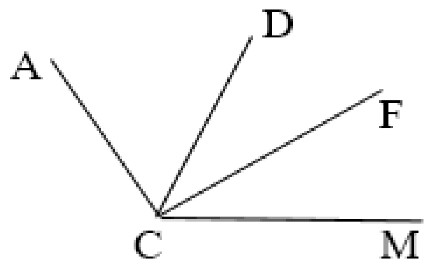


б) Луч OB – биссектриса угла DOC, луч ON – биссектриса угла BOC. Найдите угол BOD, если $\angle NOC = 22^0$. Ответ дайте в градусах.

в) Луч OB – биссектриса угла DOC, луч ON – биссектриса угла BOC. Найдите угол DOC, если $\angle NOB = 37^0$. Ответ дайте в градусах.

5. а) Луч CF – биссектриса угла DCM. Найдите угол ACM,

если $\angle DCF = 11^0, \angle ACD = 39^0$. Ответ дайте в градусах.



б) Луч CF – биссектриса угла DCM. Найдите угол DCF,

если $\angle ACM = 121^0, \angle ACD = 45^0$. Ответ дайте в градусах.

в) Луч CF – биссектриса угла DCM. Найдите угол ACD,

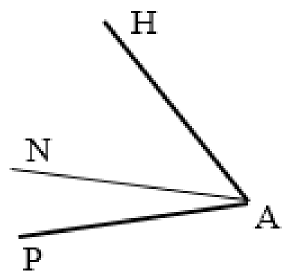
если $\angle DCF = 15^0, \angle ACM = 102^0$. Ответ дайте в градусах.

6. а) Лучи OM и OL проходят между сторонами прямого угла COD так, что $\angle COL = 71^0$, $\angle MOD = 59^0$. Найдите угол MOL. Ответ дайте в градусах.

б) Лучи OM и OL проходят между сторонами прямого угла COD так, что $\angle COL = 25^0$, $\angle MOD = 40^0$. Найдите угол MOL. Ответ дайте в градусах.

в) Лучи OM и OL проходят между сторонами прямого угла COD так, что $\angle COL = 67^0$, $\angle MOD = 60^0$. Найдите угол MOL. Ответ дайте в градусах.

7. а) Луч AN разделил угол HAP, равный 84^0, на два угла так, что $\angle NAP$ в 2 раза меньше $\angle HAN$. Найдите градусную меру меньшего из образовавшихся углов. Ответ дайте в градусах.

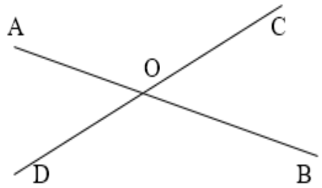


б) Луч AN разделил угол HAP, равный 76^0, на два угла так, что $\angle HAN$ в 3 раза больше $\angle NAP$. Найдите градусную меру большего из образовавшихся углов. Ответ дайте в градусах.

в) Луч AN разделил угол HAP, равный 78^0, на два угла так, что $\angle NAP$ в 5 раз меньше $\angle HAN$. Найдите градусную меру большего из образовавшихся углов. Ответ дайте в градусах.

8. а) Найдите угол AOD,

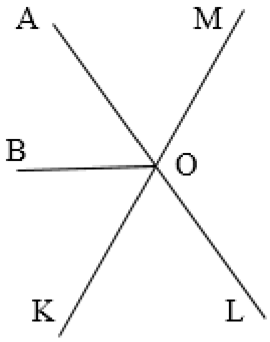
если $\angle AOD + \angle BOC = 94^0$. Ответ дайте в градусах.



б) Найдите угол AOD, если $\angle AOD + \angle BOC = 75^0$. Ответ дайте в градусах.

в) Найдите угол AOC, если $\angle AOC + \angle BOD = 49^0$. Ответ дайте в градусах.

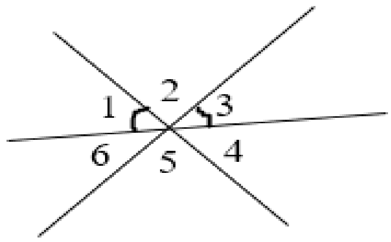
9. а) Луч OB – биссектриса угла AOK. Найдите величину угла AOB, если $\angle AOM = 40^0$. Ответ дайте в градусах.



б) Луч OB – биссектриса угла AOK. Найдите величину угла BOM, если $\angle KOL = 55^0$. Ответ дайте в градусах.

в) Луч OB – биссектриса угла AOK. Найдите величину угла LOK, если $\angle AOB = 52^0$. Ответ дайте в градусах.

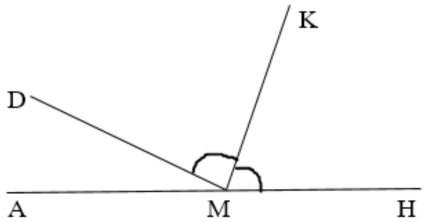
10. а) На рисунке $\angle 1 = \angle 3$. Найдите $\angle 6$, если $\angle 2 + \angle 5 = 200^0$. Ответ дайте в градусах.



б) На рисунке $\angle 1 = \angle 3$. Найдите $\angle 5$, если $\angle 1 + \angle 4 = 67^0$. Ответ дайте в градусах.

в) На рисунке $\angle 1 = \angle 3$. Найдите $\angle 4$, если $\angle 2 + \angle 5 = 240^0$. Ответ дайте в градусах.

11. а) На прямой AH взята точка M. Луч MK – биссектриса угла DMH. Известно, что $\angle HMK = 49^0$. Найдите угол DMA. Ответ дайте в градусах.



б) На прямой AH взята точка M. Луч MK – биссектриса угла DMH. Известно, что $\angle AMK = 128^0$. Найдите угол DMK. Ответ дайте в градусах.

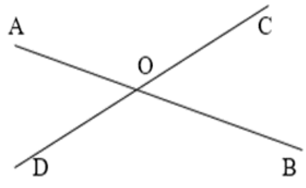
в) На прямой AH взята точка M. Луч MK – биссектриса угла DMH. Известно, что $\angle DMA = 40^0$. Найдите угол DMK. Ответ дайте в градусах.

12. а) Один из смежных углов в 2 раза больше другого. Найдите градусную меру большего угла.

б) Один из смежных углов в 3 раза меньше другого. Найдите градусную меру меньшего угла.

в) Один из смежных углов в 5 раз меньше другого. Найдите градусную меру большего угла.

13. а) Найдите угол COB, если $\angle AOC - \angle AOD = 20^0$. Ответ дайте в градусах.



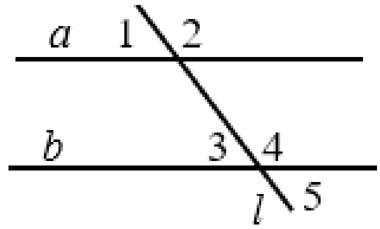
б) Найдите угол DOB, если $\angle AOC - \angle BOC = 48^0$. Ответ дайте в градусах.

в) Найдите угол COA, если $\angle BOD - \angle AOD = 70^0$. Ответ дайте в градусах.

14. а) Градусные меры смежных углов относятся 2:3. Найдите градусную меру меньшего угла.

б) Градусные меры смежных углов относятся 3:7. Найдите градусную меру большего угла.

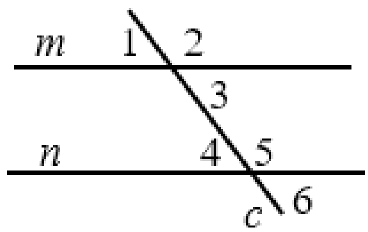
в) Градусные меры смежных углов относятся 4:5. Найдите градусную меру меньшего угла.



15. а) Прямые a и b параллельны. Найдите $\angle 1$, если $\angle 4 = 129^0$.

б) Прямые a и b параллельны. Найдите $\angle 5$, если $\angle 1 = 63^0$.

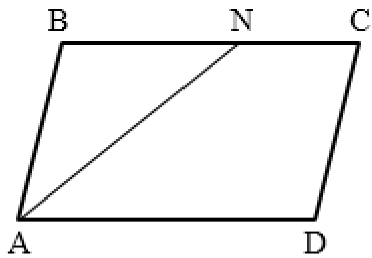
в) Прямые a и b параллельны. Найдите $\angle 2$, если $\angle 3 = 23^0$.



16. а) Прямые m и n параллельны. Найдите $\angle 2$, если $\angle 3 + \angle 4 = 98^0$.

б) Прямые m и n параллельны. Найдите $\angle 6$, если $\angle 2 + \angle 5 = 225^0$.

в) Прямые m и n параллельны. Найдите $\angle 6$, если $\angle 1 + \angle 4 = 102^0$.



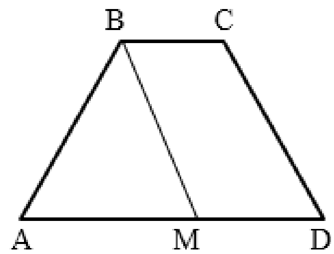
17. а) В параллелограмме ABCD

AN – биссектриса угла BAD. Найдите угол BNA, если $\angle BAD = 54^0$. Ответ дайте в градусах.

б) В параллелограмме ABCD

AN – биссектриса угла BAD. Найдите угол CNA, если $\angle BAN = 32^0$. Ответ дайте в градусах.

в) В параллелограмме ABCD AN – биссектриса угла BAD. Найдите угол BAD, если $\angle CNA = 164^0$. Ответ дайте в градусах.

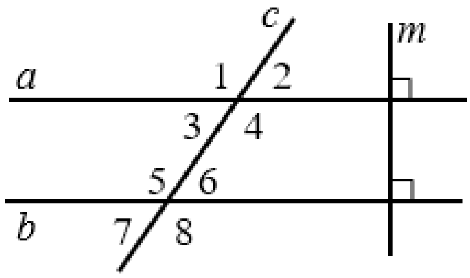


18. а) В трапеции ABCD BM – биссектриса угла ABC. Найдите $\angle ABC$, если $\angle AMB = 55^0$. Ответ дайте в градусах.

б) В трапеции ABCD BM – биссектриса угла ABC. Найдите $\angle DMB$, если $\angle ABC = 144^0$. Ответ дайте в градусах.

в) В трапеции ABCD BM – биссектриса угла ABC. Найдите $\angle ABC$, если $\angle BMD = 130^0$. Ответ дайте в градусах.

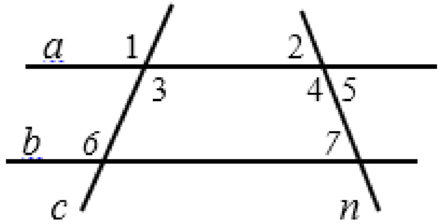
19. а) Прямая $m \perp a$ и $m \perp b$. Найдите $\angle 2$, если $\angle 3 + \angle 7 = 150^0$. Ответ дайте в градусах.



б) Прямая $m \perp a$ и $m \perp b$. Найдите $\angle 8$, если $\angle 2 + \angle 6 = 45^0$. Ответ дайте в градусах.

в) Прямая $m \perp a$ и $m \perp b$. Найдите $\angle 4$, если $\angle 1 + \angle 5 = 206^0$. Ответ дайте в градусах.

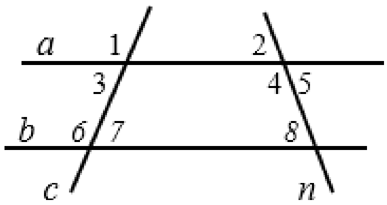
20. а) На рисунке: $\angle 2 = \angle 7$, $\angle 3 = 155^0$. Найдите $\angle 6$. Ответ дайте в градусах.



б) На рисунке: $\angle 1 = \angle 6$, $\angle 4 = 117^0$. Найдите $\angle 7$. Ответ дайте в градусах.

в) На рисунке: $\angle 3 = \angle 6$, $\angle 7 = 47^0$. Найдите $\angle 5$. Ответ дайте в градусах.

21. а) Известно, что $\angle 1 + \angle 7 = 180^0$, $\angle 4 - \angle 8 = 40^0$. Найдите $\angle 5$. Ответ дайте в градусах.



б) Известно, что $\angle 2 = \angle 8$, $\angle 1 - \angle 7 = 23^0$. Найдите $\angle 3$. Ответ дайте в градусах.

в) Известно, что $\angle 4 + \angle 8 = 180^0$, $\angle 6 - \angle 3 = 18^0$. Найдите $\angle 7$. Ответ дайте в градусах.

22. а) В треугольнике два угла равны 26° и 63°. Найдите его третий угол. Ответ дайте в градусах.

б) Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 34°. Найдите его другой острый угол. Ответ дайте в градусах.

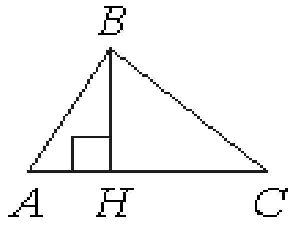
в) Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 47°. В ответ запишите наименьший угол треугольника.

23. а) В треугольнике ABC ∠B=15°, угол A в 2 раза больше. Найдите ∠C.

б) В треугольнике ABC ∠B в 3 раза больше ∠A. Найдите ∠C, если ∠A=20°.

в) В треугольнике ABC ∠A в 2 раза больше ∠B, ∠B=30°. Найдите ∠C.

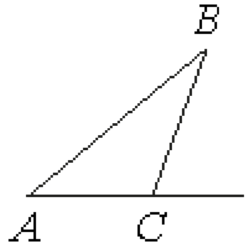
24. а) В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BH, ∠BAC=46°. Найдите угол ABH. Ответ дайте в градусах.



б) В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом B проведена высота BH, ∠BAC=54°. Найдите угол HBC. Ответ дайте в градусах.

в) В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BH, ∠BCA=50°. Найдите угол HBC. Ответ дайте в градусах.

25. а) В треугольнике ABC угол A равен 23°, угол B равен 24^0. Найдите внешний угол при вершине C. Ответ дайте в градусах.



б) В треугольнике ABC внешний угол при вершине C равен 124°. Найдите сумму углов A и B. Ответ дайте в градусах.

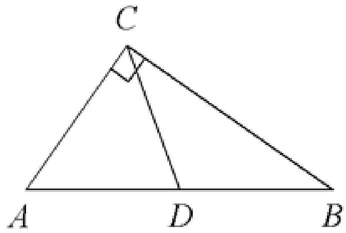
в) В треугольнике ABC внешний угол при вершине C равен 80°, угол A равен 44^0. Найдите угол B. Ответ дайте в градусах.

26. а) В треугольнике ABC известно, что AB = 5, BC = 10, угол A равен 90°. Найдите ∠B.

б) В треугольнике ABC известно, что AB = 17, BC = 34, угол A равен 90°. Найдите ∠C.

в) В треугольнике ABC известно, что AC = 44, BC = 88, угол A равен 90°. Найдите ∠C.

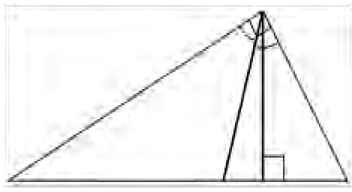
27. а) В треугольнике ABC CD — медиана, угол C равен 90°, угол B равен 35°. Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах.



б) В треугольнике ABC CD — медиана, угол C равен 90°, угол A равен 56°. Найдите угол ADC. Ответ дайте в градусах.

в) В треугольнике ABC CD — медиана, угол C равен 90°, угол A равен 24°. Найдите угол BCD. Ответ дайте в градусах.

28. а) В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла, равен 14°. Найдите меньший угол прямоугольного треугольника.

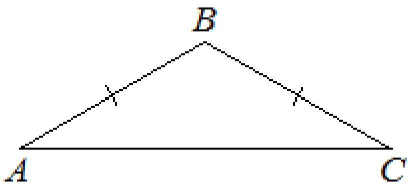


Ответ дайте в градусах.

б) В прямоугольном треугольнике меньший угол равен 23^0. Найдите угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

в) В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла, равен 8°. Найдите больший острый угол прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.

29. а) В треугольнике ABC известно, что AB=BC, ∠ABC=124°. Найдите угол BCA. Ответ дайте в градусах.



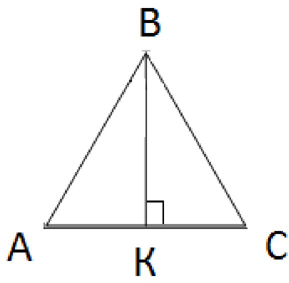
б) В треугольнике ABC известно, что AB=BC, ∠ACB=42°. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

в) В треугольнике ABC известно, что AB=BC, ∠ABC=73°. Найдите угол BAC. Ответ дайте в градусах.

30. а) В треугольнике ABC AB=BC=AC, Найдите высоту BK, если AB = $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

б) В треугольнике ABC AB=BC=AC, Найдите высоту BK, если KC = $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

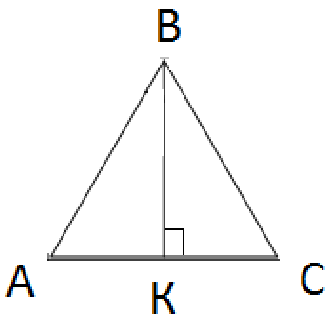
в) В треугольнике ABC AB=BC=AC, Найдите высоту BK, если AC = $\frac{\sqrt{3}}{5}$



31. а) В равностороннем треугольнике ABC, высота BK равна $2\sqrt{3}$. Найдите сторону треугольника.

б) В равностороннем треугольнике ABC, высота BK равна $3\sqrt{3}$ м. Найдите KC. Ответ дайте в сантиметрах.

в) В равностороннем треугольнике ABC, высота BK равна $5\sqrt{3}$ м. Найдите сторону треугольника. Ответ дайте в метрах.



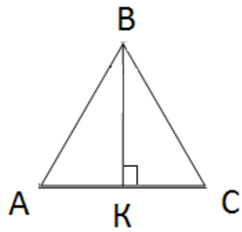
32. а) В треугольнике ABC AB=BC=AC. Найдите внешний угол при вершине B. Ответ дайте в градусах.

б) В треугольнике ABC высота BK является медианой, угол A равен 60°,
AC = 6 см. Найдите AB. Ответ дайте в сантиметрах.

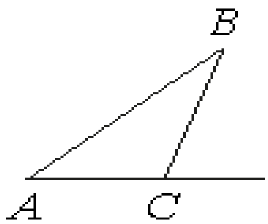
в) В треугольнике ABC высота BK является биссектрисой, угол A равен 60°, AC = 2 см. Найдите периметр треугольника. Ответ дайте в сантиметрах.

33. а) В треугольнике ABC BK – биссектриса, AB = BC, ∠ABC = 60°. Найдите периметр треугольника ABC, если AK = 4.

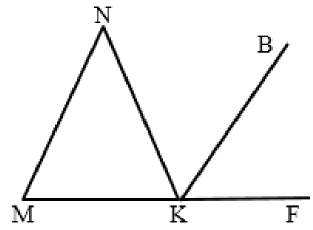
б) В треугольнике ABC BK-высота, AK=KC, ∠ABC= 100°. Найдите ∠BCA. Ответ дайте в градусах.



в) Найдите внешний угол треугольника при вершине C, если AC=BC и угол A равен 15°. Ответ дайте в градусах.



34. а) В треугольнике MNK MN = NK, KB – биссектриса внешнего угла при вершине K. Найдите $\angle N$, если $\angle BKF = 57^0$. Ответ дайте в градусах.



б) В треугольнике MNK MN = NK, KB – биссектриса внешнего угла при вершине K. Найдите $\angle MKB$, если $\angle N = 36^0$. Ответ дайте в градусах.

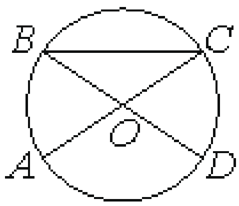
в) В треугольнике MNK MN = NK, KB – биссектриса внешнего угла при вершине K. Найдите $\angle BKF$, если $\angle M = 78^0$. Ответ дайте в градусах.

35. а) В треугольнике ABC BC=AB, $\angle BCA : \angle ABC = 1:7$. Найдите больший угол треугольника. Ответ дайте в градусах.

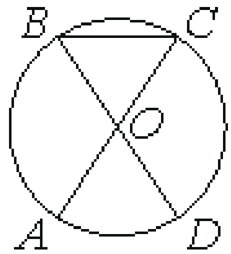
б) В равнобедренном треугольнике ABC с основанием BC угол A на 30° меньше угла B. Найдите больший угол треугольника. Ответ дайте в градусах.

в) В треугольнике ABC BC=AB, $\angle BCA : \angle ABC = 4:1$. Найдите меньший угол треугольника. Ответ дайте в градусах.

36. а) В окружности с центром O отрезки AC и BD — диаметры. Центральный угол AOD равен 124°. Найдите угол ACB. Ответ дайте в градусах.

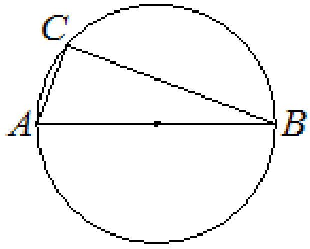


б) В окружности с центром O отрезки AC и BD — диаметры. Вписанный угол ACB равен 35°. Найдите центральный угол AOD. Ответ дайте в градусах.



в) В окружности с центром O отрезки AC и BD — диаметры. Центральный угол AOD равен 88°. Найдите угол DBC. Ответ дайте в градусах.

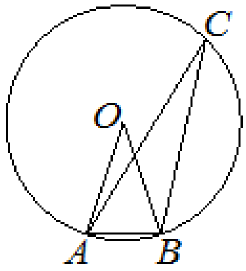
37. а) Вершины треугольника ABC лежат на окружности, центр которой, находится на стороне AB. Найдите угол BAC, если угол ABC равен 54°. Ответ дайте в градусах.



б) Вершины треугольника ABC лежат на окружности, центр которой, находится на стороне AB. Найдите угол ABC, если угол BAC равен 75°. Ответ дайте в градусах.

в) Вершины треугольника ABC лежат на окружности, центр которой, находится на стороне AB. Найдите угол BAC, если угол ABC равен 34°. Ответ дайте в градусах.

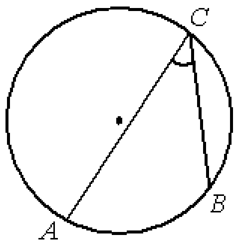
38. а) Вершины треугольника ABC лежат на окружности с центром в точке O. Точки O и C лежат по одну сторону относительно прямой AB. Найдите угол ACB, если угол AOB равен 27°. Ответ дайте в градусах.



б) Вершины треугольника ABC лежат на окружности с центром в точке O. Точки O и C лежат по одну сторону относительно прямой AB. Найдите угол OAB, если угол ACB равен 27°. Ответ дайте в градусах.

в) Вершины треугольника ABC лежат на окружности с центром в точке O. Точки O и C лежат по одну сторону относительно прямой AB. Найдите угол AOB, если угол ACB равен 27°. Ответ дайте в градусах.

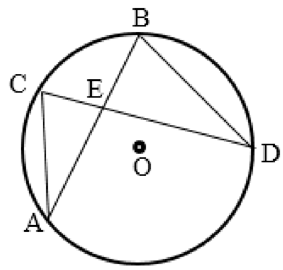
39. а) На окружности отмечены точки A, B и C. Дуга окружности AC, не содержащая точку B, составляет 200°. Дуга окружности BC, не содержащая точку A, составляет 80°. Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.



б) На окружности отмечены точки A, B и C. Дуга окружности AC, не содержащая точку B, составляет 120°, вписанный угол ACB составляет 70°. Найдите дугу окружности BC, не содержащую точку A. Ответ дайте в градусах.

в) На окружности отмечены точки A, B и C. Дуга окружности AC, не содержащая точку B, составляет 160°. Дуга окружности BC, не содержащая точку A, составляет 50°. Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.

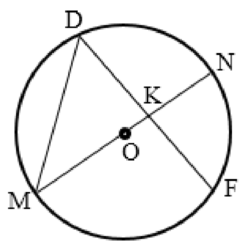
40. а) Хорды AB и CD пересекаются в точке E. Известно, что $\angle CAB = 27^0, \angle CEA = 75^0$ Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.



б) Хорды AB и CD пересекаются в точке E. Известно, что $\angle CDB = 45^0, \angle BED = 63^0$ Найдите угол AOD. Ответ дайте в градусах.

в) Хорды AB и CD пересекаются в точке E. Известно, что $\angle DBA = 59^0$, $\angle BED = 47^0$ Найдите угол CAB. Ответ дайте в градусах.

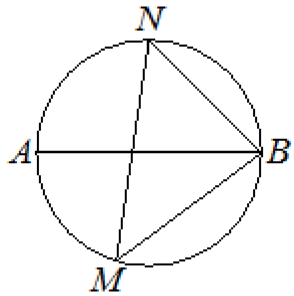
41. а) На окружности по разные стороны от диаметра MN взяты точки D и F так, что $MN \perp DF$. Известно, что $\angle FDM = 56^0$. Найдите градусную меру дуги FND. Ответ дайте в градусах.



б) На окружности по разные стороны от диаметра MN взяты точки D и F так, что $MN \perp DF$. Известно, что $\angle DMK = 39^0$. Найдите градусную меру дуги FMD. Ответ дайте в градусах.

в) На окружности по разные стороны от диаметра MN взяты точки D и F так, что $MN \perp DF$. Известно, что $\angle FDM = 64^0$. Найдите градусную меру дуги FN, не содержащую точку M. Ответ дайте в градусах.

42. а) На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N. Известно, что ∠NBA=43° и MB=BN. Найдите угол NMB. Ответ дайте в градусах.



б) На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N. Известно, что ∠MNB=20° и MB=BN. Найдите дугу MN, не содержащую точку B. Ответ дайте в градусах.

в) На окружности по разные стороны от диаметра AB взяты точки M и N. Известно, что ∠NBA=26° и MB=BN. Найдите угол NMB. Ответ дайте в градусах.

43. а) Один из углов параллелограмма равен 61°. Найдите больший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

б) Сумма противоположных углов параллелограмма равна 150°. Найдите больший угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

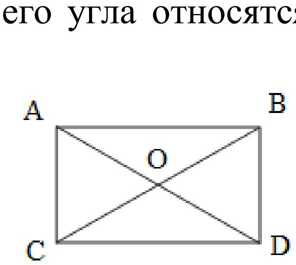
в) Сумма противоположных углов параллелограмма равна 240°. Найдите меньший угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.

44. а) Найдите больший угол параллелограмма, если два его угла относятся как 16:29. Ответ дайте в градусах.

б) Найдите больший угол параллелограмма, если два его угла относятся как 11:61. Ответ дайте в градусах.

в) Найдите меньший угол параллелограмма, если два его угла относятся как 13:23. Ответ дайте в градусах.

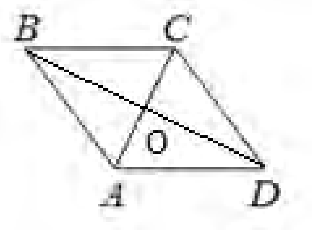
45. а) Диагональ прямоугольника образует угол 50° с одной из его сторон. Найдите острый угол между диагоналями этого прямоугольника. Ответ дайте в градусах.



б) Угол DOB между диагоналями прямоугольника 50°. Найдите угол CDO. Ответ дайте в градусах.

в) Угол DOB между диагоналями прямоугольника 40°. Найдите угол между диагональю BC и стороной BD. Ответ дайте в градусах.

46. а) В ромбе ABCD угол CBD равен 11°. Найдите угол BCD. Ответ дайте в градусах.



б) В ромбе ABCD угол DCA равен 63°. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.

в) В ромбе ABCD угол ABC равен 82°. Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах.

47. а) Найдите больший угол равнобедренной трапеции ABCD, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной AB углы, равные 46° и 1° соответственно. Ответ дайте в градусах.

б) Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 102°. Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

в) Один из углов равнобедренной трапеции равен 55°. Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

48. а) Чему равен больший угол равнобедренной трапеции, если разность противолежащих углов равна 6^0? Ответ дайте в градусах.

б) Чему равен меньший угол равнобедренной трапеции, если разность противолежащих углов равна 25^0? Ответ дайте в градусах.

в) Чему равен больший угол равнобедренной трапеции, если разность противолежащих углов равна 80^0? Ответ дайте в градусах.

49. а) Угол выпуклого четырехугольника равен 40°, второй угол на 65° больше, два других угла одинаковые. Найдите один из этих углов. Ответ дайте в градусах.

б) Углы выпуклого четырехугольника относятся как 1:2:3:4. Найдите больший угол четырехугольника. Ответ дайте в градусах.

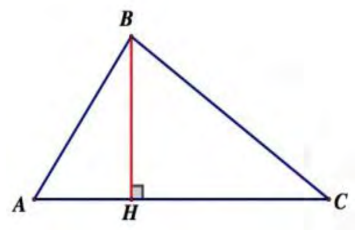
в) Сумма трех углов четырехугольника 270°. Найдите четвертый угол. Ответ дайте в градусах.

<u>**Раздел 2. Линии в треугольнике, четырехугольнике и окружности.**</u>

Теоретический материал

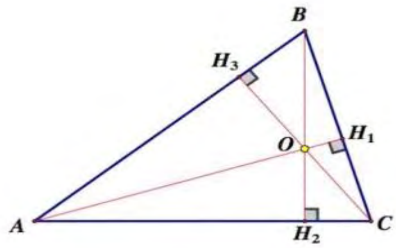
Высота, медиана, биссектриса треугольника

Перпендикуляр, проведенный из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону, называется *высотой треугольника.*

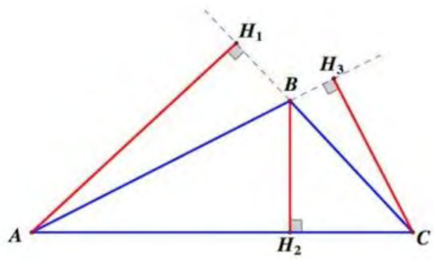


Любой треугольник имеет три высоты.

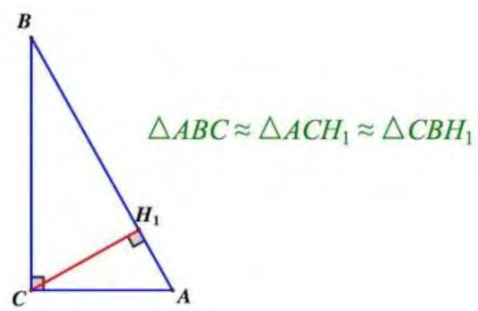
Если треугольник остроугольный, то высоты пересекаются в одной точке, лежащей внутри треугольника.



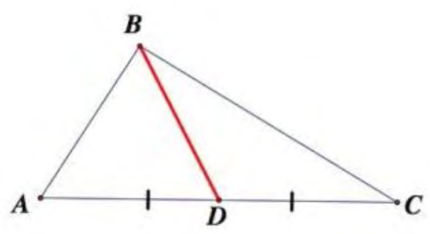
Если треугольник тупоугольный, то высоты пересекаются вне треугольника.



В прямоугольном треугольнике высота, проведенная из вершины прямого угла, разбивает треугольник на два треугольника, подобных данному.



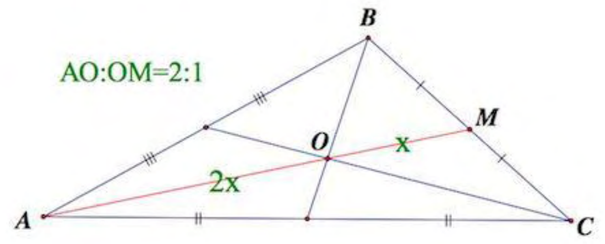
Отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противолежащей стороны, называется *медианой треугольника.*



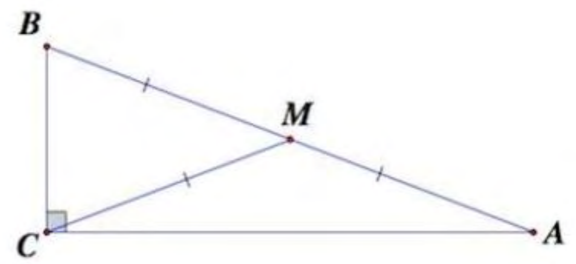
Любой треугольник имеет три медианы. Все медианы пересекаются в одной точке, лежащей внутри треугольника.

Свойство медиан треугольника:

Все медианы пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении 2:1, считая от вершины.

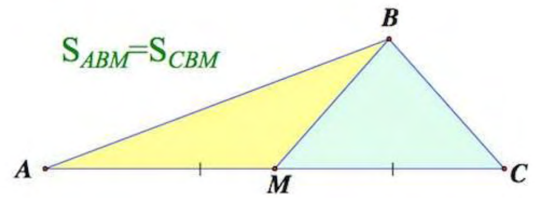


В прямоугольном треугольнике длина медианы, проведенная из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы или радиусу окружности, описанной около этого треугольника.

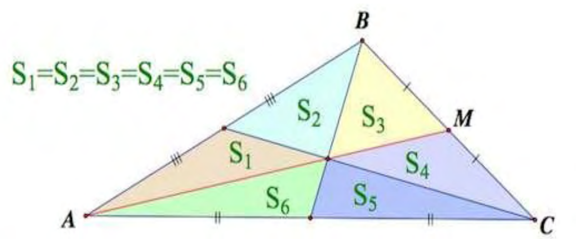


В равностороннем треугольнике длины всех медиан равны.

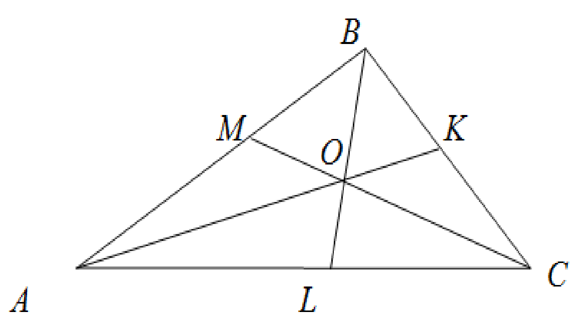
Медиана треугольника делит его на два треугольника, площади которых равны (равновеликие треугольники).



Медианы треугольника делят его на шесть равновеликих треугольников.

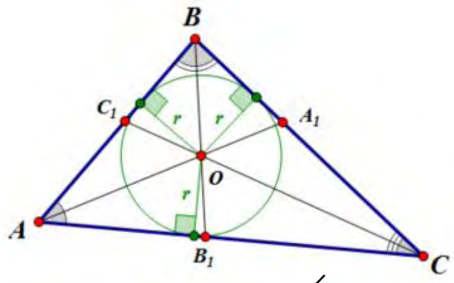


Отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину треугольника с точкой противоположной стороны, называется *биссектрисой треугольника.*



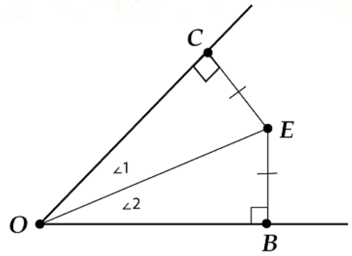
Любой треугольник имеет три биссектрисы.

Биссектрисы углов треугольника пересекаются в одной точке, которая лежит внутри треугольника. Эта точка является *центром вписанной окружности.*



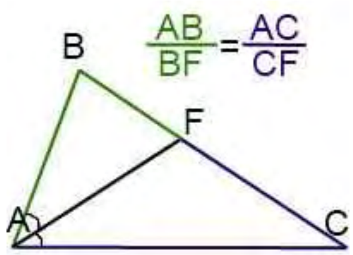
Свойства биссектрисы угла:

1. Каждая точка биссектрисы неразвернутого угла равноудалена от его сторон.



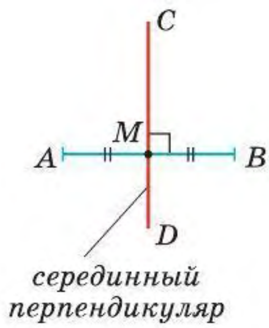
2. *(обратное утверждение)* Каждая точка, лежащая внутри угла и равноудаленная от сторон угла, лежит на его биссектрисе.

3. Биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.



Серединный перпендикуляр, средняя линия треугольника.

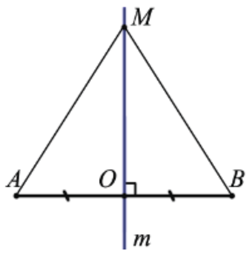
Прямую, проходящую через середину отрезка перпендикулярно к нему, называют *серединным перпендикуляром* к отрезку.



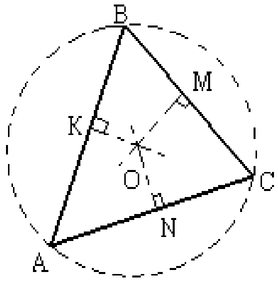
Свойства серединных перпендикуляров треугольника:

1. Каждая точка серединного перпендикуляра к отрезку равноудалена от концов этого отрезка.

2. *(обратное утверждение)* Каждая точка, равноудаленная от концов отрезка, лежит на серединном перпендикуляре к нему.



Точка пересечения серединных перпендикуляров, проведенных к сторонам треугольника, является центром окружности, описанной около этого треугольника.

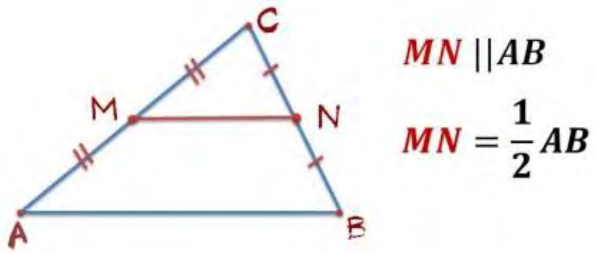


Средней линией треугольника называется отрезок, соединяющий середины двух его сторон.

MN – средняя линия треугольника.

Свойство средней линии треугольника.

Средняя линия треугольника, соединяющая середины двух данных сторон, параллельна третьей стороне и равна её половине.



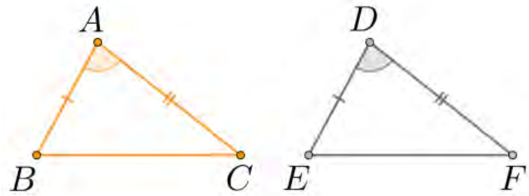
Признаки равенства треугольников.

Два треугольника называются *равными*, если их можно совместить наложением.

Если два треугольника равны, то элементы (т.е. стороны и углы) одного треугольника соответственно равны элементам другого треугольника.

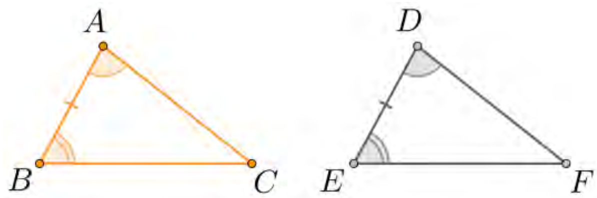
В равных треугольниках против соответственно равных сторон лежат равные углы, и обратно: против равных углов лежат равные стороны.

1. *Первый признак равенства треугольников (по двум сторонам и углу между ними).* Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.



если AB = DE, AC = DF, ∠A=∠D, то Δ ABC = Δ DEF.

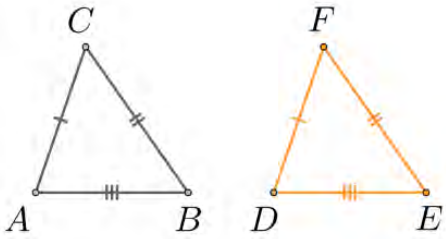
2. *Второй признак равенства треугольников (по стороне и двум прилежащим к ней углам).* Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.



если AB = DE, ∠A=∠D, ∠B=∠E, то Δ ABC = Δ DEF.

3. *Третий признак равенства треугольников (по трем сторонам).*

Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.



если AB = DE, AC = DF, $CB = FE$*, то* $\Delta\, ABC = \Delta\, DEF$*.*

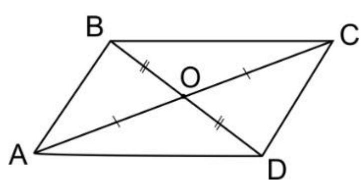
Признаки равенства прямоугольных треугольников.

Признаки равенства прямоугольных треугольников:

1. *(по двум катетам)* Если катеты одного прямоугольного треугольника соответственно равны катетам другого треугольника, то такие треугольники равны.
2. *(по катету и прилежащему к нему острому углу)* Если катет и прилежащий к нему острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны катету и прилежащему к нему острому углу другого треугольника, то такие треугольники равны.
3. *(по катету и противолежащему углу)* Если катет и противолежащий ему угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны катету и противолежащему углу другого треугольника, то такие треугольники равны.
4. *(по гипотенузе и острому углу)* Если гипотенуза и острый угол одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и острому углу другого треугольника, то такие треугольники равны.
5. *(по гипотенузе и катету)* Если гипотенуза и катет одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и катету другого треугольника, то такие треугольники равны.

Диагонали и высоты в параллелограмме, ромбе, прямоугольнике, квадрате, трапеции.

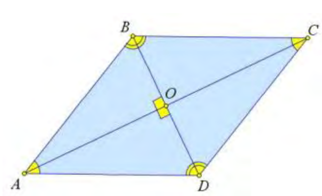
Диагонали параллелограмма пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.



AC ⋂ BD = O ,

AO = OC, BO = OD.

Диагонали ромба пересекаются и в точке пересечения делятся пополам.



Диагонали ромба взаимно перпендикулярны.

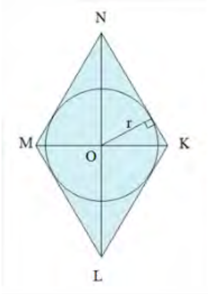
Диагонали ромба являются биссектрисами его углов.

AC ⋂ BD = O , AO = OC, BO = OD

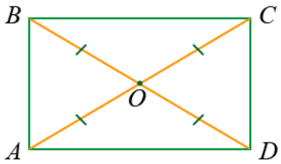
$AC \perp BD$

АС и BD – биссектрисы.

Точка пересечения диагоналей ромба является центром вписанной окружности.



Диагонали прямоугольника пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.

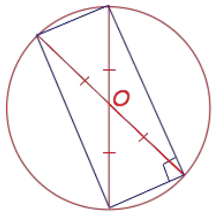


Диагонали прямоугольника равны.

$AC \cap BD = O$, $AC = BD$,

$AO = OC = BO = OD$.

Точка пересечения диагоналей прямоугольника является центром описанной окружности.



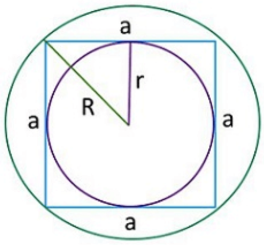
Диагонали квадрата пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.

Диагонали квадрата равны.

Диагонали квадрата взаимно перпендикулярны.

Диагонали квадрата являются биссектрисами его углов.

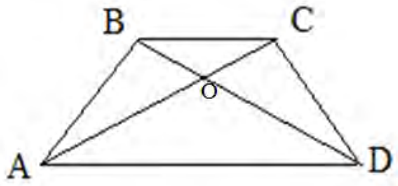
Точка пересечения диагоналей квадрата является центром вписанной и описанной окружности.



Диагонали трапеции пересекаются.

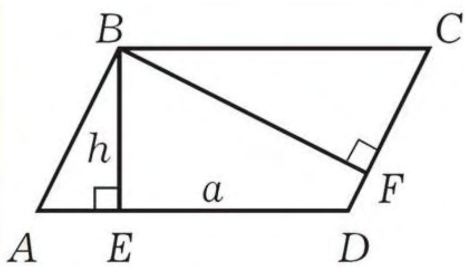
$AC \cap BD = O$.

Если трапеция равнобокая, то ее диагонали равны.



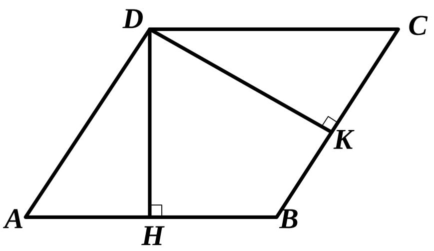
Высота параллелограмма – это перпендикуляр, проведенный из любой точки одной из стороны параллелограмма к прямой, содержащей противоположную сторону.

Из каждой вершины параллелограмма можно провести две высоты.



Высота, проведенная к большей стороне, имеет меньшую длину, а высота, проведенная к меньшей стороне, имеет большую длину.

Высота ромба – это перпендикуляр, проведенный из любой точки одной из стороны ромба к прямой, содержащей противоположную сторону.



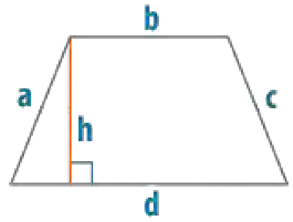
Из каждой вершины ромба можно провести две высоты.

Высоты ромба равны (*DH*=*DK*).

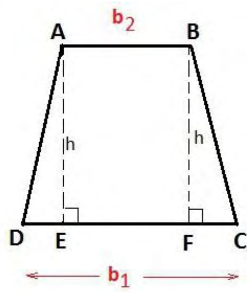
В прямоугольнике каждая сторона является его высотой.

В квадрате каждая сторона является его высотой.

Высотой трапеции называется перпендикуляр, проведенный из любой точки одного из оснований к прямой, содержащей другое основание.



Если трапеция равнобокая, то высоты, проведенные из вершин меньшего основания, отсекают равные прямоугольные треугольники.

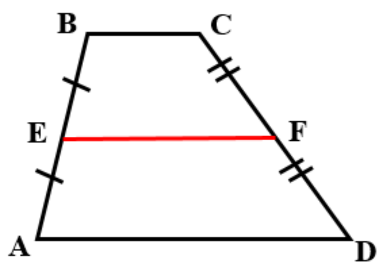


Δ ADE = Δ BCF.

Если в равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны, то высота трапеции равна длине ее средней линии.

Средняя линия трапеции.

Средней линией трапеции называется отрезок, соединяющий середины ее боковых сторон.



AE = BE, DF = CF,

EF – средняя линия трапеции

Свойства средней линии трапеции:

Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.

$$EF \parallel AD \parallel BC, \quad EF = \frac{BC + AD}{2}.$$

Отрезки, связанные с окружностью. Хорда, диаметр, радиус.

Окружностью называется геометрическая фигура, состоящая из всех точек плоскости, расположенных на заданном расстоянии от данной точки. Данная точка называется *центром окружности*, а отрезок, соединяющий центр с какой-либо точкой окружности, - *радиусом окружности.*

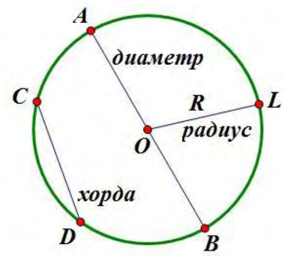
У любой окружности бесконечно много радиусов и все они имеют одинаковую длину.

Отрезок, соединяющий две точки окружности, называется ее *хордой*.

Хорда, проходящая через центр окружности, называется ее *диаметром*.

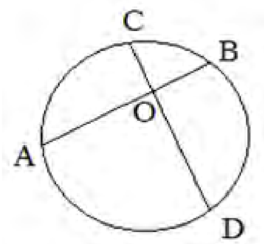
У любой окружности бесконечно много диаметров.

O – центр окружности
OA = OB = OL = R – радиусы окружности
CD – хорда
AB – диаметр



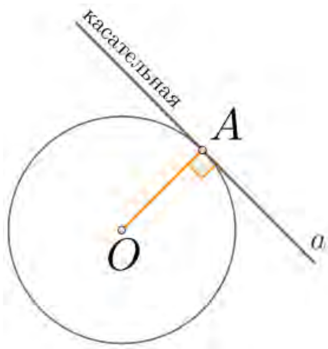
Свойство пересекающихся хорд. Если две хорды пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.

$$AO \cdot OB = CO \cdot OD$$



Прямые, связанные с окружностью. Касательная, секущая.

Прямая, имеющая с окружностью только одну общую точку, называется *касательной* к окружности, а их общая точка называется *точкой касания* прямой и окружности.

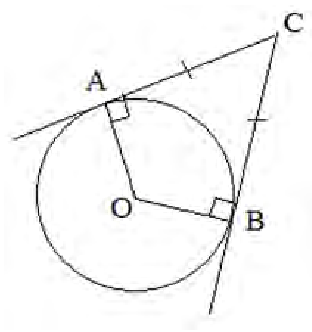


A – точка касания

Свойство касательной: касательная к окружности перпендикулярна к радиусу, проведенному в точку касания. A ⊥ a

Признак касательной: если прямая проходит через конец радиуса, лежащий на окружности, и перпендикулярна к этому радиусу, то она является касательной.

Отрезки AB и AC называются *отрезками касательных*, проведенных из точки A.



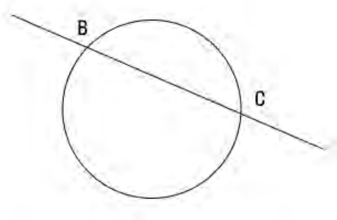
Свойство отрезков касательных.

Отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.

AC = CB, ∠ACO = ∠BCO.

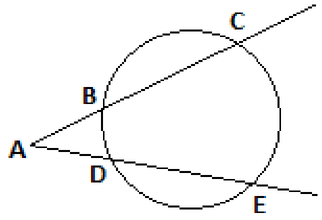
Секущая к окружности – это прямая, пересекающая окружность в двух точках.

BC – секущая



Свойство: если через точку, лежащую вне окружности, проведены две секущие, то произведение одной секущей на ее внешнюю часть равно произведению другой секущей на ее внешнюю часть.

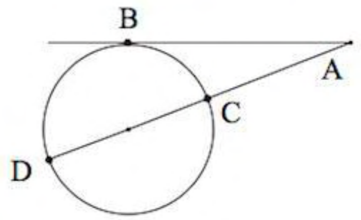
$$AC \cdot AB = AE \cdot AD$$



Свойство секущей и касательной:

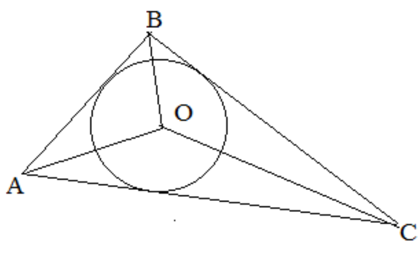
*е*сли через точку, лежащую вне окружности, проведены касательная и секущая, то квадрат отрезка касательной равен произведению секущей на ее внешнюю часть.

$$AB^2 = AC \cdot AD$$



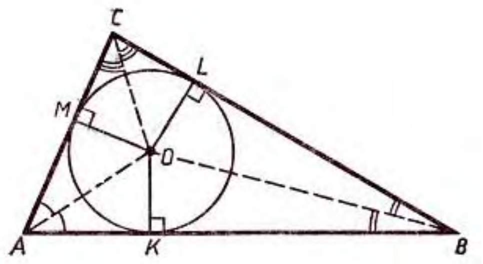
Вписанная в треугольник окружность.

Если все стороны треугольника касаются окружности, то окружность называется *вписанной в треугольник*, а треугольник называется *описанным* около этой окружности.



В любой треугольник можно вписать окружность и только одну.

Центр вписанной окружности в треугольник – это точка пересечения биссектрис треугольника.

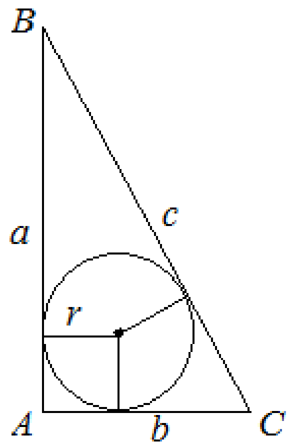


О – центр окружности,

АО, ВО, СО – биссектрисы улов

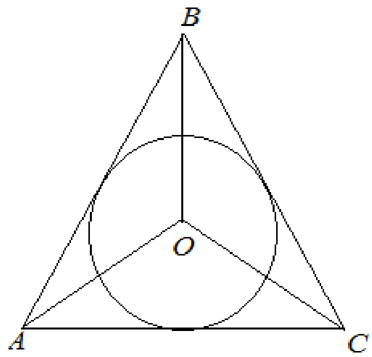
Площадь треугольника равна произведению его полупериметра на радиус вписанной в него окружности $\boldsymbol{S = p \cdot r}$.

Если треугольник прямоугольный, то $\boldsymbol{r = \frac{a+b-c}{2}}$.



Если треугольник равносторонний, то

$\boldsymbol{r = \frac{1}{3}\mathbf{h}}$, где $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ или $\boldsymbol{r = \frac{a}{2\sqrt{3}}}$.

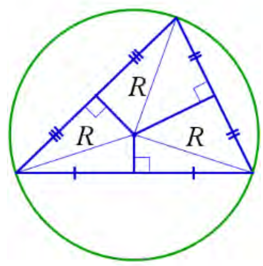


Описанная около треугольника окружность.

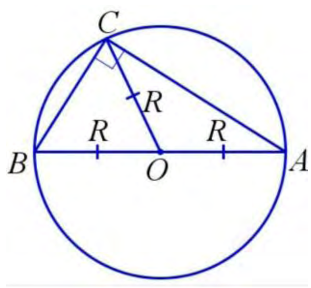
Если все вершины треугольника лежат на окружности, то окружность называется *описанной около треугольник*, а треугольник называется *вписанным* в эту окружность.

Около любого треугольника можно описать окружность и только одну.

Центр описанной окружности в треугольник – это точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.



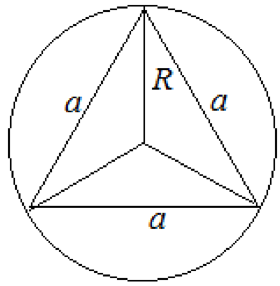
Если треугольник прямоугольный, то центр описанной окружности – это *середина гипотенузы*.



Радиус описанной окружности равен половине гипотенузы или длине медианы, проведенной из вершины прямого угла к гипотенузе.

OB = OC = OA=$\boldsymbol{R} = \frac{1}{2}$ AB .

Если треугольник равносторонний, то



$\boldsymbol{R} = \frac{2}{3}\mathbf{h}$, где $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ или $\boldsymbol{R} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

R = 2r

Если треугольник произвольный, то $\boldsymbol{R} = \frac{abc}{4S}$ или $\boldsymbol{R} = \frac{a}{2\sin\alpha}$

Если треугольник тупоугольный, то центр описанной окружности находится вне треугольника.

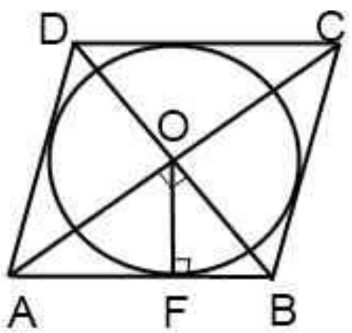
С каждым треугольником связаны четыре точки: точка пересечения медиан, точка пересечения биссектрис, точка пересечения серединных перпедикуляров к сторонам и точка пересечения высот (или их продолжений). Эти четыре точки называют **замечательными точками треугольника**.

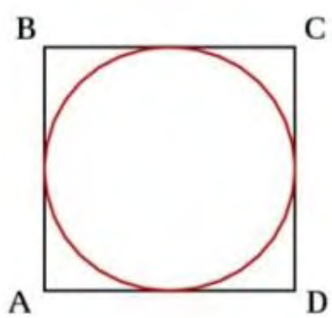
Вписанная в четырехугольник, правильный многоугольник окружность.

Окружность называется *вписанной* в четырехугольник, если она касается всех его сторон. Четырехугольник тогда называется *описанным.*

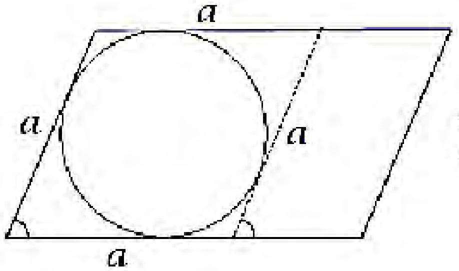
Не во всякий четырехугольник можно вписать окружность.

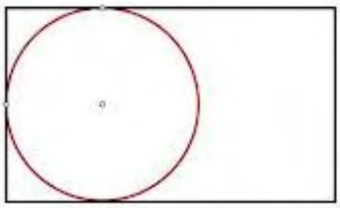
Окружность можно вписать в ромб, квадрат.





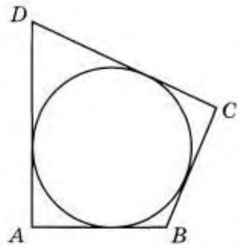
В параллелограмм и в прямоугольник окружность вписать нельзя.





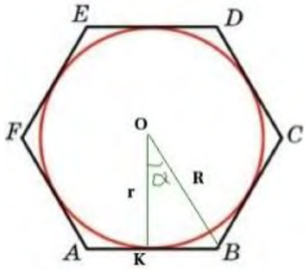
В любом описанном четырехугольнике суммы противоположных сторон равны.

AB + DC = AD + BC



Обратное утверждение: Если суммы противоположных сторон выпуклого четырехугольника равны, то в него можно вписать окружность.

В любой правильный многоугольник можно вписать окружность и притом только одну.



Окружность, вписанная в правильный многоугольник, касается сторон многоугольника в их серединах.

AK = KB

Центр окружности, описанной около правильного многоугольника, совпадает с центром окружности, вписанной в тот же многоугольник.

Эта точка называется *центром* правильного многоугольника.

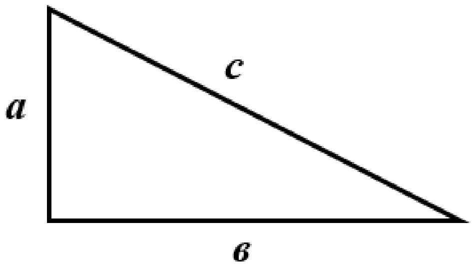
$r = \frac{1}{2}a$ - радиус окружности, вписанной в квадрат со стороной a

$r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ - радиус окружности, вписанной в правильный шестиугольник со стороной a.

Теорема Пифагора.

Теорема Пифагора.

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.



$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$a^2 = c^2 - b^2$$

$$b^2 = c^2 - a^2$$

Следствие из теоремы Пифагора. В прямоугольном треугольнике гипотенуза больше любого из катетов.

Теорема, обратная теореме Пифагора. Если квадрат одной стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон, то треугольник прямоугольный.

Числа, удовлетворяющие равен $c^2 = a^2 + b^2$, называют *пифагоровыми тройками.*

Пифагоровых троек очень много, вот некоторые:

(3, 4, 5)	(5, 12, 13)	(8, 15, 17)	(7, 24, 25)
(20, 21, 29)	(12, 35, 37)	(9, 40, 41)	(28, 45, 53)
(11, 60, 61)	(16, 63, 65)	(33, 56, 65)	(48, 55, 73)
(13, 84, 85)	(36, 77, 85)	(39, 80, 89)	(65, 72, 97)

Из каждой тройки можно получить новую. Например, тройка (6, 8, 10) получается умножением на два тройки (3, 4, 5).

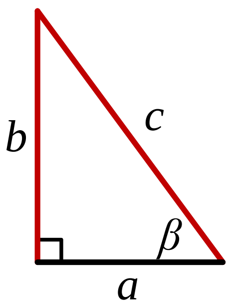
Прямоугольные треугольники, у которых длины сторон выражаются целыми числами, называются *пифагоровыми треугольниками*. Треугольник со сторонами 3,4,5 часто называют *египетским треугольником*.

Тригонометрические функции острого угла в прямоугольном треугольнике.

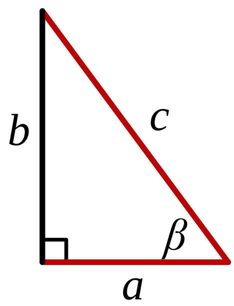
Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.

Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе.

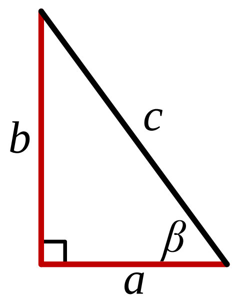
Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к прилежащему катету.



$\sin\beta = \dfrac{b}{c}$



$\cos\beta = \dfrac{a}{c}$



$tg\beta = \dfrac{b}{a}$

Если острый угол одного прямоугольного треугольника равен острому углу другого прямоугольного треугольника, то синусы этих углов равны, косинусы этих углов равны, тангенсы этих углов равны.

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2\beta+\cos^2\beta=1$,

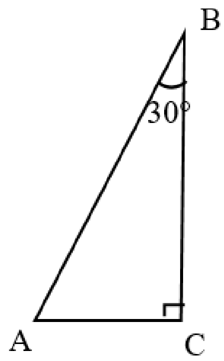
$$tg\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta}.$$

Значения синуса, косинуса, тангенса для углов 30°, 45°, 60°.

Таблица значений sinα, cosα, tgα для углов α, равных 30°, 45°, 60°.

α	30°	45°	60°
sin α	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos α	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tg α	$\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30°, равен половине гипотенузы.



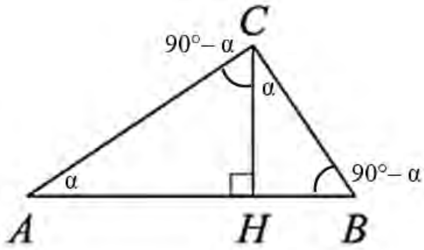
Если ∠ B = 30°, то AC = $\frac{1}{2}$AB.

Верно и обратное. Если катет прямоугольного треугольника равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета, равен 30°.

Полезные факты.

Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90°: ∠A+∠B=90°.

Следовательно, если в прямоугольном треугольнике один из острых углов равен 45°, то такой треугольник является равнобедренным.



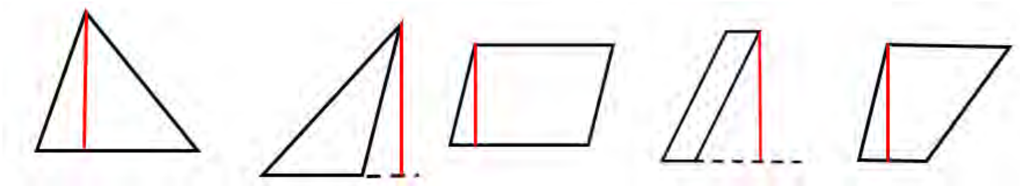
Если в прямоугольном треугольнике ABC провести высоту CH из прямого угла, то ∠BAC=∠BCH и ∠ABC=∠ACH.

Треугольники и четырехугольники на клетчатой бумаге.

Высота треугольника – это перпендикуляр, проведённый из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону.

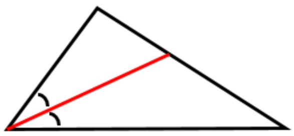
Высота параллелограмма — это перпендикуляр, опущенный из любой точки одной стороны параллелограмма на прямую, содержащую противоположную сторону.

Высота трапеции – это перпендикуляр, опущенный из любой точки одного основания к другому основанию.

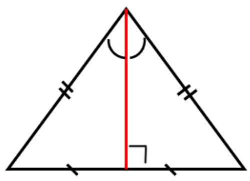


Медиана треугольника – отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противолежащей стороны.

Биссектриса треугольника – отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину треугольника с точкой противоположной стороны

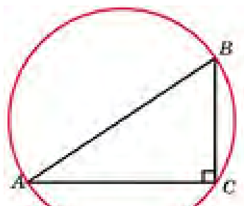


В равнобедренном треугольнике медиана, проведённая к основанию, одновременно является биссектрисой и высотой.



Свойства прямоугольного треугольника.

1) Радиус окружности, описанной вокруг прямоугольного треугольника, равен половине гипотенузы. $R=\frac{1}{2}AB$

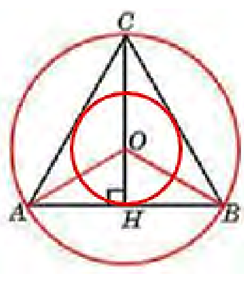


(*Центр окружности*, описанной около прямоугольного треугольника — середина гипотенузы).

2) В прямоугольном треугольнике медиана, проведённая к гипотенузе, равна половине гипотенузы.

3) В равнобедренном прямоугольном треугольнике биссектриса, высота, медиана, проведённая к гипотенузе, равна половине гипотенузы.

В равностороннем треугольнике центры вписанной и описанной окружностей совпадают.

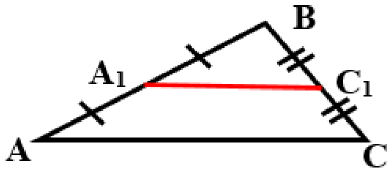


Центр равностороннего треугольника – точка пересечения медиан, биссектрис и высот, делит эти отрезки в отношении 2:1, считая от вершины треугольника.

Радиус вписанной окружности $r = OH = \frac{1}{3}CH$,

радиус описанной окружности $R = OC = \frac{2}{3}CH$.

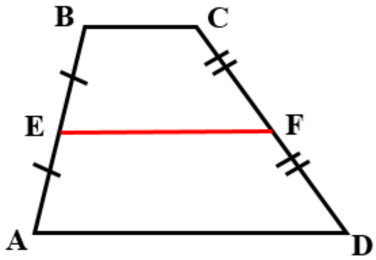
Средняя линия треугольника – отрезок, соединяющий середины двух сторон треугольника.



Средняя линия треугольника, соединяющая середины двух данных сторон, параллельна третьей стороне и равна её половине .

$A_1C_1 \parallel AC$, $A_1 C_1 = \frac{1}{2}AC$.

Средняя линия трапеции – отрезок, соединяющий середины боковых сторон этой трапеции.



Средняя линия параллельна основаниям и равна их полусумме.

$EF \parallel AD \parallel BC$, $EF = \frac{BC + AD}{2}$.

Проверяем себя

Т22. Вставьте пропущенное слово:

а) Отрезок, соединяющий вершину треугольника с ____________ противолежащей стороны, называется медианой треугольника.

б) Отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий _______________ треугольника с точкой противолежащей стороны, называется биссектрисой треугольника.

в) Перпендикуляр, проведенный из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону, называется _______ треугольника.

Т23. Выберите верное утверждение

а) Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его высотой.

б) Медиана треугольника делит пополам угол, из которого проведена.

в) Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его медианой.

г) В прямоугольном треугольнике медиана, проведённая к гипотенузе, равна половине гипотенузы.

Т24. Выберите верное утверждение

а) Каждая из медиан равнобедренного треугольника является его высотой.

б) В прямоугольном треугольнике высота, проведённая к гипотенузе, равна половине гипотенузы.

в) В прямоугольном треугольнике высота, проведённая к гипотенузе, является биссектрисой и медианой.

г) Каждая из медиан равностороннего треугольника является его биссектрисой.

Т25. Вставьте пропущенное слово:

а) Каждая точка серединного перпендикуляра ____________ от концов этого отрезка.

б) Средней линией треугольника называется отрезок, соединяющий ________ двух его сторон.

в) Средняя линия треугольника ___________ одной из его сторон и равна половине этой стороны.

г) Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника ___ в одной точке.

Т26. Выберите верное утверждение

а) Существует треугольник, в котором точка пересечения серединных перпендикуляров к его сторонам находится на стороне треугольника.

б) Средняя линия треугольника соединяет середины всех сторон треугольника.

в) Средняя линия треугольника соединяет вершину с серединой противолежащей стороны.

Т27. Выберите верное утверждение

1) Точка, лежащая на серединном перпендикуляре к отрезку, равноудалена от концов отрезка.

2) Средняя линия треугольника делит его на равновеликие фигуры.

3) Через заданную точку плоскости можно провести только один серединный перпендикуляр к стороне треугольника.

4) Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в точке, являющейся центром окружности, вписанной в треугольник.

Т28. Вставьте пропущенное слово:

а) Два треугольника называются равными, если их можно ____ наложением.

б) В равных треугольниках против соответственно равных сторон лежат ______ углы.

в) Периметры равных треугольников ________.

г) Существует ______ признака равенства треугольников.

Т29. Выберите верное утверждение:

а) Две геометрические фигуры называются равными, если все их стороны равны.

б) Два треугольника равны, если все их углы равны.

в) Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

г) Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

Т30. Выберите верное утверждение

а) Если три угла одного треугольника соответственно равны трем углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

б) Два треугольника равны, если их можно совместить наложением.

в) Если две стороны и угол одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу другого треугольника, то такие треугольники равны.

г) В равных треугольниках против равных углов лежат другие равные углы.

Т31. Вставьте пропущенное слово:

а) Если катеты одного прямоугольного треугольника соответственно равны ____________ другого треугольника, то такие треугольники равны.

б) Если катет и прилежащий к нему _______________одного прямоугольного треугольника соответственно равны катету и прилежащему к нему острому углу другого, то такие треугольники равны.

в) Если гипотенуза и ______ одного прямоугольного треугольника соответственно равны гипотенузе и _______ другого, то такие треугольники равны.

г) Если гипотенуза и катет одного прямоугольного треугольника ____________ гипотенузе и катету другого, то такие треугольники равны.

Т32. Выберите верное утверждение

а) Прямоугольные треугольники равны, если гипотенуза и угол одного треугольника равны гипотенузе и углу другого треугольника.

б) Прямоугольные треугольники равны, если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника.

в) Прямоугольные треугольники равны, если гипотенуза и катет одного треугольника равны гипотенузе и катету другого треугольника.

г) Прямоугольные треугольники равны, если катет и угол одного треугольника равны катету и углу другого треугольника.

Т33. Выберите верное утверждение

1) Если две стороны одного прямоугольного треугольника соответственно равны двум сторонам другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны.

2) В равнобедренном прямоугольном треугольнике медиана, проведенная из вершины прямого угла, образует два равных прямоугольных треугольника.

3) Если острые углы одного прямоугольного треугольника равны соответственно острым углам другого прямоугольного треугольника, то такие треугольники равны

4) Если прямоугольные треугольники имеют равные гипотенузы, то они равны.

Т34. Вставьте пропущенное слово:

а) Диагонали ромба взаимно _______________.

б) Диагонали прямоугольника ______________.

в) Диагонали __________ трапеции равны.

г) В ромбе все высоты _______________.

Т35. Выберите верное утверждение

а) Диагонали параллелограмма являются биссектрисами его углов.

б) Диагонали ромба равны.

в) Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.

г) Диагонали трапеции взаимно перпендикулярны.

Т36. Выберите верные утверждения:

а) Биссектриса угла параллелограмма отсекает от него равнобедренный треугольник.

б) Если в выпуклом четырехугольнике диагональ делит его на два равных треугольника, то он является параллелограммом.

в) В трапеции диагональ делит её на два равных треугольника.

г) Четырехугольник, у которого диагонали взаимно перпендикулярны и точкой пересечения делятся пополам, является ромбом.

Т37. Вставьте пропущенное слово:

а) Средней линией трапеции называется отрезок, соединяющий середины её __________ сторон.

б) Трапеция называется __________, если её боковые стороны равны.

в) Параллельные стороны трапеции называются __________.

г) Средняя линия трапеции ___________ основаниям и равна их _________.

Т38. Выберите верное утверждение

а) Средняя линия трапеции равна полусумме оснований.

б) Средняя линия трапеции – отрезок, соединяющий середины оснований.

в) Средняя линия трапеции равна полусумме боковых сторон.

г) Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.

Т39. Выберите верное утверждение

а) Средняя линия трапеции - перпендикуляр, проходящий через середину верхнего основания

б) Средняя линия трапеции перпендикулярна основаниям.

в) Средняя линия трапеции параллельна основаниям.

г) Средняя линия трапеции параллельна одной из боковых сторон.

Т43. Вставьте пропущенное слово:

а) Отрезок, соединяющий центр окружности с какой-либо точкой окружности, называется _________ окружности.

б) Хорда – отрезок, соединяющий ___________ окружности.

в) Расстояния от центра окружности до равных хорд ______.

г) Центр окружности является _____________ любого диаметра.

Т44. Выберете верное утверждение:

а) Все хорды окружности равны между собой.

б) Все диаметры окружности равны между собой.

в) Две окружности пересекаются, если радиус одной окружности больше радиуса другой окружности.

г) Равные хорды параллельны.

Т45. Выберете верное утверждение:

а) Если концы хорды соединить с центром окружности, получится равносторонний треугольник.

б) Параллельные хорды равны.

в) Диаметром называется отрезок, проходящий через центр окружности.

г) Для точки, лежащей на окружности, расстояние до центра окружности равно радиусу.

Т46. Вставьте пропущенное слово:

а) Прямая, имеющая с окружностью только одну общую точку, называется ____________ к окружности.

б) Касательная к окружности ___________ к радиусу, проведенному в точку касания.

в) Отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, _____ и составляют равные углы с прямой, проходящей через эту точку и центр окружности.

г) Если через точку, лежащую вне окружности, проведены две секущие, то произведение одной секущей на ее _________ равно произведению другой секущей на ее __________.

Т47. Выберите верное утверждение

а) Касательная к окружности параллельна радиусу, проведенному в точку касания.

б) Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания.

в) Если через точку, лежащую вне окружности, проведены две секущие, то произведение отрезков одной секущей равно произведению отрезков другой секущей.

г) Радиус перпендикулярен касательной окружности

Т48. Выберите верное утверждение

а) Через любую точку, лежащую вне окружности, можно провести две касательные к этой окружности.

б) Если угол между радиусом и прямой, проведенной через его конец, лежащий на окружности, тупой, то прямая не пересекает окружность.

в) Если прямая проходит через конец радиуса, лежащий на окружности, и перпендикулярна к радиусу, то она является секущей.

г) Касательной называется прямая, имеющая с окружностью общую точку.

Т49. Вставьте пропущенное слово:

а) Если все стороны треугольника _________ окружности, то окружность называется вписанной в треугольник.

б) Площадь треугольника равна произведению его _________ на радиус вписанной в него окружности.

в) Центр вписанной окружности в треугольник – это точка пересечения ___________ треугольника.

Т50. Выберете верное утверждение

а) Центр вписанной в треугольник окружности совпадает с точкой пересечения его биссектрис.

б) Центр вписанной в равнобедренный треугольник окружности совпадает с точкой пересечения его медиан.

в) Центр вписанной в треугольник окружности совпадает с точкой пересечения его высот.

г) Центр вписанной в треугольник окружности совпадает с точкой пересечения его серединных перпендикуляров.

Т51. Выберите верное утверждение

1) Окружность называется вписанной в треугольник, если все вершины треугольника лежат на окружности.

2) Если точка М равноудалена от вершин треугольника АВС, то она является центром вписанной окружности.

3) Окружность называется вписанной в треугольник, если все стороны треугольника касаются окружности.

Т52. Вставьте пропущенное слово:

а) Если серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются на стороне этого треугольника, то он является _________________.

б) Центр описанной около треугольника окружности – это точка пересечения ________ к сторонам треугольника.

в) Если треугольник прямоугольный, то центр описанной окружности – это ___________ гипотенузы.

г) Если треугольник тупоугольный, то центр описанной окружности находится ________ треугольника.

Т53. Выберите верное утверждение:

а) Центр описанной около треугольника окружности всегда лежит внутри этого треугольника

б) Если точка М равноудалена от вершин треугольника АВС, то она является центром описанной окружности.

в) Высоты треугольника совпадают с серединными перпендикулярами.

г) Точка пересечения средних линий треугольника является замечательной точкой треугольника.

Т54. Выберите верное утверждение:

1) Точка пересечения высот треугольника (или их продолжений) не относится к его замечательным точкам.

2) Окружность называется описанной около треугольника, когда окружность пересекает все стороны этого треугольника.

3) Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке.

4) Радиус окружности, описанной около прямоугольного треугольника, равен гипотенузе этого треугольника.

Т55. Вставьте пропущенное слово:

а) Сторона квадрата больше радиуса вписанной в него окружности в _____ раза.

б) В любом описанном четырехугольнике суммы противоположных сторон _____________.

в) Окружность, вписанная в правильный многоугольник, касается сторон многоугольника в их _______________.

г) В любой ______________ многоугольник можно вписать окружность и притом только одну.

Т56. Выберите верное утверждение

а) Радиус окружности, вписанной в правильный шестиугольник, относится к его стороне как $\sqrt{3}:2$.

б) В любой прямоугольник можно вписать окружность.

в) В любую трапецию можно вписать окружность.

г) В любой многоугольник можно вписать окружность.

Т57. Выберите верное утверждение

а) Диаметр вписанной в квадрат окружности совпадает с диагональю квадрата.

б) Площадь четырехугольника равна произведению его периметра на радиус вписанной окружности.

в) Сторона квадрата равна удвоенному диаметру вписанной окружности.

г) В ромб можно вписать окружность.

Т58. Вставьте пропущенное слово:

а) Если все вершины многоугольника лежат на окружности, то окружность называется _________ около многоугольника.

б) Около четырехугольника _________ можно описать окружность.

в) В любом вписанном четырехугольнике сумма _______ углов равна 180°.

г) Окружность можно описать около ___________ трапеции.

Т59.Выберите верное утверждение

а) Радиус окружности, описанной около правильного шестиугольника, равен половине его стороны.

б) В любом вписанном четырехугольнике сумма противоположных углов равна 180°.

в) Окружность называется описанной около многоугольника, когда окружность пересекает все стороны этого многоугольника.

г) Окружность называется описанной около многоугольника, когда центры многоугольника и окружности совпадают.

Т60.Выберите верное утверждение

а) Около ромба можно описать окружность.

б) Сторона правильного четырехугольника равна радиусу описанной около него окружности.

в) Любой прямоугольник можно вписать в окружность.

г) Радиус окружности, описанной около правильного шестиугольника, равен половине его стороны.

Т61. Вставьте пропущенное слово:

а) В прямоугольном треугольнике ____ равен сумме квадратов катетов.

б) В прямоугольном треугольнике квадрат катета равен ____________ квадрата гипотенузы и квадрата другого катета.

в) Если квадрат одной стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон, то треугольник ______________.

г) Самая большая сторона прямоугольного треугольника называется_________.

Т62. Выберите верное утверждение.

а) В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна сумме катетов.

б) Сумма углов прямоугольного треугольника равна 90 градусам.

в) Длина гипотенузы прямоугольного треугольника меньше суммы длин его катетов.

Т63. Выберите неверное утверждение.

1) Треугольник со сторонами 3, 4, 5 прямоугольный.

2) В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен разности квадратов катетов.

3) Если расстояние от точки до прямой больше 3, то и длина любой наклонной, проведённой из данной точки к прямой, больше 3.

Т64. Вставьте пропущенное слово:

а) Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение ___________________ катета к гипотенузе.

б) _________________острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе.

в) Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение ___________________к прилежащему катету.

г) Катет в прямоугольном треугольнике равен _________________ гипотенузы на синус противолежащего угла.

Т65. Выберите верное утверждение.

а) Синус острого угла прямоугольного треугольника всегда меньше 1.

б) Косинус угла зависит не только от градусной меры угла, но и от размеров треугольника.

в) Тангенс острого угла равен отношению прилежащего катета к противолежащему.

Т66. Выберите неверное утверждение.

а) Катет прямоугольного треугольника равен произведению гипотенузы на косинус прилежащего угла.

б) Тангенс острого угла прямоугольного треугольника равен произведению противолежащего катета на прилежащий катет.

в) Гипотенуза прямоугольного треугольника равна отношению катета к синусу противолежащего угла.

Т67. Вставьте пропущенное слово:

а) Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение ____________________ катета к гипотенузе.

б) Гипотенуза в _________________больше катета, лежащего против угла 30°.

в) Значения синуса и косинуса угла в ________________равны.

г) Если один из острых углов прямоугольного треугольника равен 45°, то треугольник________________________

Т68. Выберите верное утверждение.

а) Тангенс острого угла прямоугольного треугольника всегда меньше 1.

б) sin 45° = 1.

в) sin 60°= cos 30°.

Т69. Выберите неверное утверждение.

а) Если два угла треугольника равны, то равны и значения тангенсов этих углов.

б) Если треугольник прямоугольный, то каждый его острый угол равен 45°.

в) $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

Т70. Вставьте пропущенное слово:

а) *Высота* треугольника – это_________________, проведённый из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону.

б) ________________ треугольника – отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противолежащей стороны.

в) *Биссектриса* треугольника – ______________ треугольника, соединяющий вершину треугольника с точкой противоположной стороны.

г) ___________– точка пересечения медиан, биссектрис и высот равностороннего треугольника.

Т71. Выберите верное утверждение.

а) Биссектриса равнобедренного треугольника, проведённая из вершины, противолежащей основанию, делит основание на две равные части.

б) Любая медиана равнобедренного треугольника является его биссектрисой.

в) У равнобедренного треугольника есть центр симметрии.

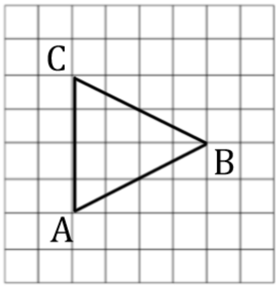
Т72. Выберите верное утверждение

1) Средняя линия треугольника – это отрезок, соединяющий боковые стороны.

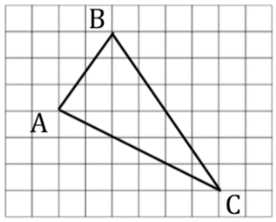
2) Средняя линия трапеции равна половине её основания.

3) Средняя линия треугольника, соединяющая середины двух данных сторон, параллельна третьей стороне.

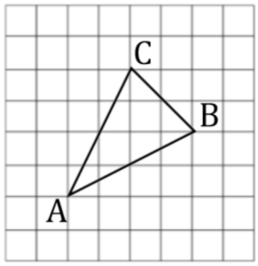
Решаем задачи.



50. а) На клетчатой бумаге размером 1×1 изображен треугольник ABC. Найдите его высоту, проведенную из вершины B.



б) На клетчатой бумаге размером 1×1 изображен треугольник ABC. Найдите его биссектрису, проведенную из вершины B.



в) На клетчатой бумаге размером 1×1 изображен треугольник ABC. Найдите его медиану, проведенную из вершины C.

51. а) Сторона равностороннего треугольника равна $14\sqrt{3}$. Найдите его высоту.

б) Высота равностороннего треугольника равна $13\sqrt{3}$. Найдите его сторону.

в) Найдите высоту равностороннего треугольника, если его периметр равен $42\sqrt{3}$.

52. а) Треугольник ABC - равносторонний. Известно, что высота AH равна 6.

Найдите биссектрису CK.

б) Треугольник ABC - равносторонний. Известно, что высота AH равна 8.

Найдите медиану BM.

в) Треугольник ABC - равносторонний. Известно, что высота AH равна 12. Найдите высоту BM.

53. а) Найдите высоту, проведенную к основанию равнобедренного треугольника, если его боковая сторона равна 25, а основание равно 40.

б) Найдите высоту, проведенную к основанию равнобедренного треугольника, если его боковая сторона равна 30, а основание равно 36.

в) Найдите высоту, проведенную к основанию равнобедренного треугольника, если его боковая сторона равна 26, а основание равно 20.

54. а) Найдите боковую сторону равнобедренного треугольника, если его высота, проведенная к основанию, равна 30, а основание равно 32.

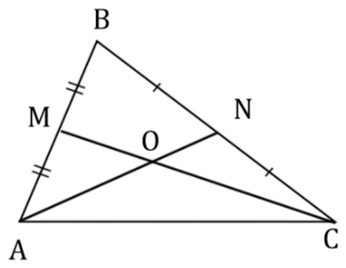
б) Найдите боковую сторону равнобедренного треугольника, если его высота, проведенная к основанию, равна 40, а основание равно 60.

в) Найдите боковую сторону равнобедренного треугольника, если его высота, проведенная к основанию, равна 16, а основание равно 24.

55. а) Найдите медиану прямоугольного треугольника, проведенную к гипотенузе, если гипотенуза равна 54.

б) Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника, если медиана, проведенная к гипотенузе, равна 32.

в) Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника, если медиана, проведенная к гипотенузе, равна 18.



56. а) Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O, AN=12, CM=18. Найдите AO.

б) Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O, AN=15, CM=24. Найдите AO.

в) Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O, AN=9, CM=27. Найдите AO.

57. а) Найдите среднюю линию равностороннего треугольника, если его периметр равен 126.

б) Найдите среднюю линию равностороннего треугольника, если его периметр равен 69.

в) Найдите среднюю линию равностороннего треугольника, если его периметр равен 93.

58. а) Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC, сторона AB равна 66, сторона BC равна 37, сторона AC равна 74. Найдите MN.

б) Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC, сторона AB равна 8, сторона BC равна 10, сторона AC равна 1. Найдите MN.

в) Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC, сторона AB равна 26, сторона BC равна 39, сторона AC равна 48. Найдите MN.

59. а) Периметр треугольника равен 30. Найдите периметр треугольника, вершинами которого являются середины сторон данного треугольника.

б) Периметр треугольника равен 48. Найдите периметр треугольника, вершинами которого являются середины сторон данного треугольника.

в) Периметр треугольника равен 63. Найдите периметр треугольника, вершинами которого являются середины сторон данного треугольника.

60. а) Периметр треугольника ABC равен 24, DE - средняя линия треугольника, параллельная AB. Найдите периметр треугольника CDE.

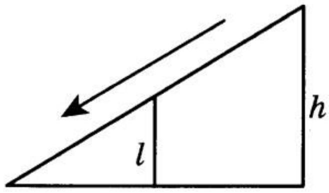
б) Периметр треугольника ABC равен 71, DE - средняя линия треугольника, параллельная AB. Найдите периметр треугольника CDE.

в) Периметр треугольника ABC равен 102, DE - средняя линия треугольника, параллельная AB. Найдите периметр треугольника CDE.

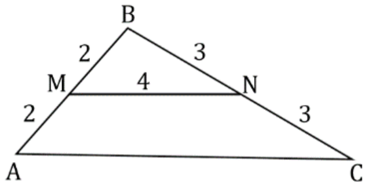
61. а) Столб подпирает детскую горку посередине. Найдите высоту ℓ столба, если высота h горки равна 3.

б) Столб подпирает детскую горку посередине. Найдите высоту ℓ столба, если высота h горки равна 4.

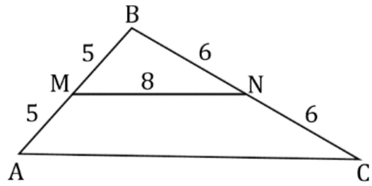
в) Столб подпирает детскую горку посередине. Найдите высоту ℓ столба, если высота h горки равна 2,2.



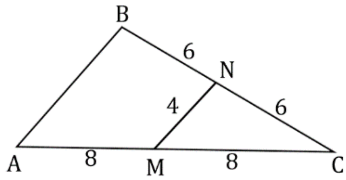
62. а) Используя данные на рисунке, найдите периметр треугольника ABC.



б) Используя данные на рисунке, найдите периметр треугольника ABC.



в) Используя данные на рисунке, найдите периметр треугольника ABC.



63. а) Серединный перпендикуляр к стороне BC треугольника ABC пересекает сторону AC в точке D. Найдите AD, если BD=5 см, AC=8,5 см.

б) Серединный перпендикуляр к стороне BC треугольника ABC пересекает сторону AC в точке D. Найдите AC, если BD=5 см, AD =3,5 см.

в) Серединный перпендикуляр к стороне BC треугольника ABC пересекает сторону AC в точке D. Найдите AD, если BD=11,4 см, AC=14,6 см.

64. а) В равных треугольниках ABC и MPK $\angle A=\angle M$, $\angle B=\angle P$, BC=5см, AC=4см, MP=6 см. Найдите периметр треугольника MPK.

б) В равных треугольниках ABC и MPK $\angle A=\angle M$, $\angle B=\angle P$, BC=10см, AC=8см, MP=12 см. Найдите периметр треугольника MPK.

в) В равных треугольниках ABC и MPK $\angle A=\angle M$, $\angle B=\angle P$, BC=8см, AC=7см, MP=9 см. Найдите периметр треугольника MPK.

65. а) Равные отрезки AB и CD точкой пересечения O делятся пополам. BD=12см, CD=16см. Найдите длину отрезка AC.

б) Равные отрезки AB и CD точкой пересечения O делятся пополам. BD=10 см, CD=14 см. Найдите длину отрезка AC.

в) Равные отрезки AB и CD точкой пересечения O делятся пополам. BD=11 см, CD=18 см. Найдите длину отрезка AC.

66. а) Отрезки AB и CD пересекаются в точке O так, CO=DO, $\angle ACO=\angle BDO$, AO=4 см. Найдите длину отрезка BO.

б) Отрезки AB и CD пересекаются в точке O так, CO=DO, $\angle ACO=\angle BDO$, AO=6 см. Найдите длину отрезка BO.

в) Отрезки AB и CD пересекаются в точке O так, CO=DO, $\angle ACO=\angle BDO$, AO=4,5 см. Найдите длину отрезка BO.

67. а) На боковых сторонах AB и BC равнобедренного треугольника ABC отмечены точки M и P так, что AM=CP, точка O лежит на стороне AC, углы AMO и CPO равны, AC=10см. Найдите длину отрезка CO.

б) На боковых сторонах AB и BC равнобедренного треугольника ABC отмечены точки M и P так, что AM=CP, точка O лежит на стороне AC, углы AMO и CPO равны, AC=14см. Найдите длину отрезка CO.

в) На боковых сторонах AB и BC равнобедренного треугольника ABC отмечены точки M и P так, что AM=CP, точка O лежит на стороне AC, углы AMO и CPO равны, AC=18см. Найдите длину отрезка CO.

68. а) По разные стороны от прямой AC отмечены точки B и D так, что $\angle BAC=\angle CAD$, $\angle BCA=\angle DCA$, AB=7см, BC=9см. Найдите длину отрезка CD.

б) По разные стороны от прямой AC отмечены точки B и D так, что $\angle BAC=\angle CAD$, $\angle BCA=\angle DCA$, AB=10см, BC=13см. Найдите длину отрезка CD.

в) По разные стороны от прямой AC отмечены точки B и D так, что $\angle BAC=\angle CAD$, $\angle BCA=\angle DCA$, AB=17см, BC=19см. Найдите длину отрезка CD.

69. а) В четырехугольнике ABCD проведена диагональ AC, AB=CD, BC=AD. Периметр треугольника ABC равен 23 см, CD=5см, BC=8см. Найдите длину диагонали AC.

б) В четырехугольнике ABCD проведена диагональ AC, AB=CD, BC=AD. Периметр треугольника ABC равен 26 см, CD=6см, BC=9см. Найдите длину диагонали AC.

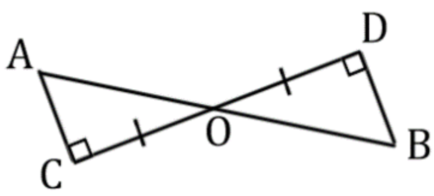
в) В четырехугольнике ABCD проведена диагональ AC, AB=CD, BC=AD. Периметр треугольника ABC равен 43 см, CD=15см, BC=18см. Найдите длину диагонали AC.

70. а) В треугольниках ABC и MKE AB=MK, BC=KE, AC=ME, ∠BAC=35°, ∠BCA=73°. Найдите ∠KME.

б) В треугольниках ABC и MKE AB=MK, BC=KE, AC=ME, ∠BAC=43°, ∠BCA=65°. Найдите ∠KME.

в) В треугольниках ABC и MKE AB=MK, BC=KE, AC=ME, ∠BAC=85°, ∠BCA=65°. Найдите ∠KME.

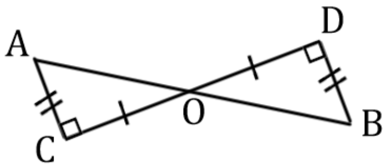
71. а) Отрезок AB пересекает отрезок CD в его середине точке O. AC⊥CD, BD⊥CD, CD=8,2 см, AB=11,6 см. Найдите BO.



б) Отрезок AB пересекает отрезок CD в его середине точке O. AC⊥CD, BD⊥CD, CD=6,6 см, AB=9,4 см. Найдите BO.

в) Отрезок AB пересекает отрезок CD в его середине точке O. AC⊥CD, BD⊥CD, CD=8 см, AB=10 см. Найдите BO.

72. а) В треугольнике AOC, изображенном на рисунке, AC=3, CO=4. Найдите DO.



б) В треугольнике AOC, изображенном на рисунке, AC=5, CO=12. Найдите BD.

в) В треугольнике AOC, изображенном на рисунке, AC=10, CO=24. Найдите DO.

73. а) В треугольнике ABC с прямым углом A и углом B, равным 30°, BC=10, а в прямоугольном треугольнике KMN гипотенуза KM=10, прилежащий к ней угол M равен 60°. Найдите MN.

б) В треугольнике ABC с прямым углом A и углом B, равным 30°, BC=16, а в прямоугольном треугольнике KMN гипотенуза KM=16, прилежащий к ней угол M равен 60°. Найдите MN.

в) В треугольнике ABC с прямым углом A и углом B, равным 30°, BC=12, а в прямоугольном треугольнике KMN гипотенуза KM=12, прилежащий к ней угол M равен 60°. Найдите MN.

74. а) Из точки D, лежащей на биссектрисе угла BAC, опущены перпендикуляры к сторонам AB и AC. Расстояние от точки D до прямой AC равно 7,4 см, AC=18,6. Найдите длину перпендикуляра, проведенного к стороне AB.

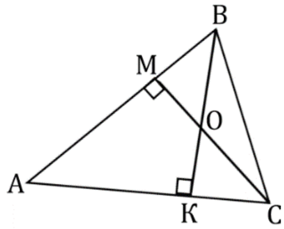
б) Из точки D, лежащей на биссектрисе угла BAC, опущены перпендикуляры к сторонам AB и AC. Расстояние от точки D до прямой AC равно 3,4 см, AC=8,6. Найдите длину перпендикуляра, проведенного к стороне AB.

в) Из точки D, лежащей на биссектрисе угла BAC, опущены перпендикуляры к сторонам AB и AC. Расстояние от точки D до прямой AC равно 5,1 см, AC=20,2. Найдите длину перпендикуляра, проведенного к стороне AB.

75. а) ∠ABC=∠ACB, AK=8 см, MB=2 см, BC=6 см. Найдите периметр треугольника ABC.

б) ∠ABC=∠ACB, AK=6 см, MB=3 см, BC=5 см. Найдите периметр треугольника ABC.

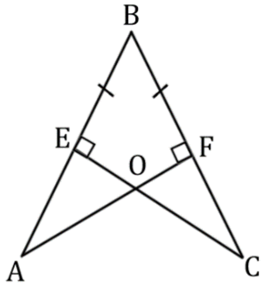
в) ∠ABC=∠ACB, AK=10 см, MB=3 см, BC=8 см. Найдите периметр треугольника ABC.



76. а) По изображению на рисунке найдите CB, если AB=10.

б) По изображению на рисунке найдите CB, если AB=17.

в) По изображению на рисунке найдите CB, если AB=13.

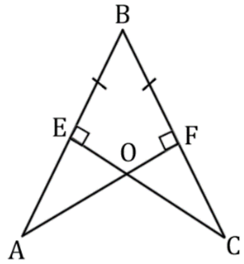


77. а) По изображению на рисунке найдите CF, если AE=4.

б) По изображению на рисунке найдите CF, если AE=9,5.

в) По изображению на рисунке найдите CF, если AE=14.

O



78. а) Биссектриса одного из углов прямоугольника делит сторону прямоугольника пополам. Найдите периметр прямоугольника, если его меньшая сторона равна 12.

б) Биссектриса одного из углов прямоугольника делит сторону прямоугольника пополам. Найдите периметр прямоугольника, если его меньшая сторона равна 15.

в) Биссектриса одного из углов прямоугольника делит сторону прямоугольника пополам. Найдите периметр прямоугольника, если его меньшая сторона равна 22.

79. а) В прямоугольнике точка пересечения диагоналей отстоит от меньшей стороны на 12, а от большей стороны на 15. Найдите периметр прямоугольника.

б) В прямоугольнике точка пересечения диагоналей отстоит от меньшей стороны на 7, а от большей стороны на 10. Найдите периметр прямоугольника.

в) В прямоугольнике точка пересечения диагоналей отстоит от меньшей стороны на3, а от большей стороны на 9. Найдите периметр прямоугольника.

80. а) Основания трапеции равны 11 и 18. Диагональ трапеции делит среднюю линию на два отрезка. Найдите длину большего из них.

б) Основания трапеции равны 4 и 10. Диагональ трапеции делит среднюю линию на два отрезка. Найдите длину большего из них.

в) Основания трапеции равны 6 и 12. Диагональ трапеции делит среднюю линию на два отрезка. Найдите длину большего из них.

81. а) Найдите периметр квадрата, если расстояние от точки пересечения диагоналей квадрата до его стороны 12.

б) Найдите периметр квадрата, если расстояние от точки пересечения диагоналей квадрата до его стороны 10.

в) Найдите периметр квадрата, если расстояние от точки пересечения диагоналей квадрата до его стороны 15.

82. а) Сторона ромба равна 4, а один из углов этого ромба равен 150°. Найдите высоту этого ромба.

б) Сторона ромба равна 7, а один из углов этого ромба равен 150°. Найдите высоту этого ромба.

в) Сторона ромба равна 12, а один из углов этого ромба равен 150°. Найдите высоту этого ромба.

83. а) Сторона ромба равна 28, а острый угол равен 60°. Высота ромба, опущенная из вершины тупого угла, делит сторону на два отрезка. Каковы длины этих отрезков?

б) Сторона ромба равна 34, а острый угол равен 60°. Высота ромба, опущенная из вершины тупого угла, делит сторону на два отрезка. Каковы длины этих отрезков?

в) Сторона ромба равна 40, а острый угол равен 60°. Высота ромба, опущенная из вершины тупого угла, делит сторону на два отрезка. Каковы длины этих отрезков?

84. а) В равнобедренной трапеции диагональ является биссектрисой острого угла. Периметр трапеции равен 14 см, а большее основание - 5 см. Найдите меньшее основание.

б) В равнобедренной трапеции диагональ является биссектрисой острого угла. Периметр трапеции равен 23 см, а большее основание - 8 см. Найдите меньшее основание.

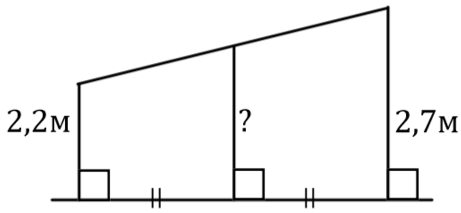
в) В равнобедренной трапеции диагональ является биссектрисой острого угла. Периметр трапеции равен 36 см, а большее основание – 12 см. Найдите меньшее основание.

85. а) Одно из оснований трапеции равно 17, а средняя линия равна 10. Найдите другое основание трапеции.

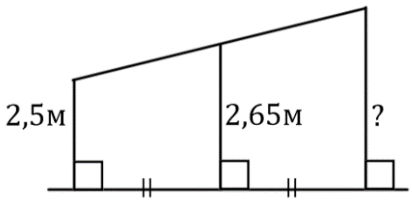
б) Одно из оснований трапеции равно 14, а средняя линия равна 11. Найдите другое основание трапеции.

в) Одно из оснований трапеции равно 5, а средняя линия равна 6. Найдите другое основание трапеции.

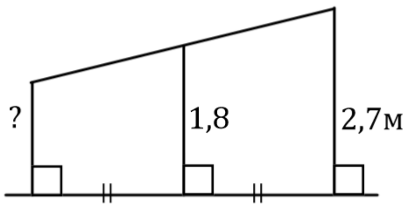
86. а) Наклонная крыша установлена на трех вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рисунок). Высота малой опоры 2,2 м, высота большой опоры 2,7 м. Найдите высоту средней опоры. Ответ дайте в метрах.



б) Наклонная крыша установлена на трех вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рисунок). Высота малой опоры 2,5 м, высота средней опоры 2,65 м. Найдите высоту большой опоры. Ответ дайте в метрах.



в) Наклонная крыша установлена на трех вертикальных опорах, основания которых расположены на одной прямой. Средняя опора стоит посередине между малой и большой опорами (см. рисунок). Высота средней опоры 1,8 м, высота большой опоры 2,7 м. Найдите высоту малой опоры. Ответ дайте в метрах.



87. а) Концы отрезка AB лежат по одну сторону от прямой m. Расстояние от точки A до прямой m равно 24, а расстояние от точки B до прямой m равно 62. Найдите расстояние от середины отрезка AB до прямой m.

б) Концы отрезка AB лежат по одну сторону от прямой m. Расстояние от точки A до прямой m равно 34, а расстояние от точки B до прямой m равно 46. Найдите расстояние от середины отрезка AB до прямой m.

в) Концы отрезка AB лежат по одну сторону от прямой m. Расстояние от точки A до прямой m равно 16, а расстояние от точки B до прямой m равно 24. Найдите расстояние от середины отрезка AB до прямой m.

88. а) Основание BC равнобедренной трапеции ABCD равно 8 см, боковая сторона CD равна 14 см, $\angle D=60°$. Найдите длину средней линии трапеции.

б) Основание BC равнобедренной трапеции ABCD равно 10 см, боковая сторона CD равна 18 см, $\angle D=60°$. Найдите длину средней линии трапеции.

в) Основание BC равнобедренной трапеции ABCD равно 12 см, боковая сторона CD равна 16 см, $\angle D=60°$. Найдите длину средней линии трапеции.

89. а) Дана трапеция ABCD с основаниями AB и CD, FG – средняя линия. AB =8 см, BC=13 см, CD =10 см, AD= 19 см. Найдите периметр трапеции AFGB.

б) Дана трапеция ABCD с основаниями AB и CD, FG – средняя линия. AB =10 см, BC=15 см, CD =12 см, AD =21 см. Найдите периметр трапеции AFGB.

в) Дана трапеция ABCD с основаниями AB и CD, FG – средняя линия. AB =6 см, BC = 11 см, CD =8 см, AD =17 см. Найдите периметр трапеции AFGB.

90. а) В трапеции ABCD с основаниями AD=12 см и BC=8 см проведена средняя линия ML, которая пересекает диагональ AC в точке K. Найдите длину отрезка MK, если $M \in AB$, $L \in CD$.

б) В трапеции ABCD с основаниями AD=12 см и BC=8 см проведена средняя линия ML, которая пересекает диагональ AC в точке K. Найдите длину отрезка KL, если $M \in AB$, $L \in CD$.

в) В трапеции ABCD с основаниями AD=17 см и BC=10 см проведена средняя линия ML, которая пересекает диагональ AC в точке K. Найдите длину отрезка KL, если $M \in AB$, $L \in CD$.

91. а) Площадь трапеции равна 42 см^2, высота равна 3 см. Найдите длину средней линии.

б) Площадь трапеции равна 35 см^2, высота равна 5 см. Найдите длину средней линии.

в) Площадь трапеции равна 165 см^2, высота равна 11 см. Найдите длину средней линии.

Проверочная работа по теме «Углы.
Линии в треугольнике, четырехугольнике и окружности».

Тренировочный вариант.

<u>Проверим себя.</u>

Т40. Вставьте пропущенное слово:

а) Два угла называются __________, если стороны одного угла являются продолжениями сторон другого.

б) В равнобедренном треугольнике углы __________ равны.

в) Биссектрисы смежных углов взаимно ___________.

г) Если две параллельные прямые пересечены секущей, то ___________ углы равны, ___________ углы равны, а сумма ___________ углов равна 180°.

Т41. Выберите верное утверждение:

а) Если два угла равны, то они вертикальные.

б) Любой вписанный угол окружности равен половине любого её центрального угла.

в) Все углы ромба- острые.

г) Внешний угол треугольника равен сумме двух углов, не смежных с ним.

Т42. Выберите верное утверждение:

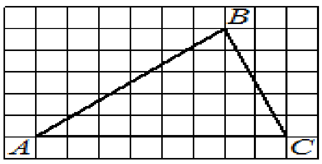
1) Медиана всегда делит пополам один из углов треугольника.
2) Высота треугольника может находиться вне треугольника.
3) Существует треугольник, стороны которого равны 1, 2, 3.
4) Любой равнобедренный треугольник является равносторонним.

<u>Решаем задачи.</u>

92. Один из углов, образованных при пересечении двух прямых в 4 раза больше другого. Найдите эти углы. Ответ дайте в градусах.

93. В треугольнике АВС угол С равен 101°. Найдите внешний угол при вершине С. Ответ дайте в градусах

94. На клетчатой бумаге размером клетки 1х1 изображен треугольник АВС. Найдите длину средней линии треугольника, параллельной стороне АС.

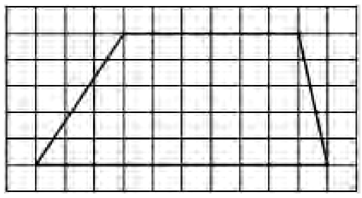


95. Две прямые пересечены третьей. Один из накрест лежащих углов равен 61°, другой-59°. На сколько градусов нужно увеличить меньший угол, чтобы прямые стали параллельными?

96. В прямоугольном треугольнике один из острых углов равен 37°. Найдите больший из углов, на которые высота, проведенная к гипотенузе, делит прямой угол.

97. В треугольнике ABC провели среднюю линию DE, параллельную стороне AB. Периметр треугольника CDE равен 27,. Найдите периметр треугольника ABC.

98. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите длину её средней линии.



---

99. а) Точки А и К лежат на окружности с центром в точке О и радиусом 3 см. ∠АОК=60°. Найдите длину хорды АК.

б) Точки А и К лежат на окружности с центром в точке О и радиусом 5 см. ∠АОК=60°. Найдите длину хорды АК.

в) Точки А и К лежат на окружности с центром в точке О и радиусом 7 см. ∠АОК=60°. Найдите длину хорды АК.

100. а) Диаметр АВ окружности радиусом 6 см образует с хордой АК угол 45°. Найдите расстояние от точки К до прямой АВ.

б) Диаметр АВ окружности радиусом 16 см образует с хордой АК угол 45°. Найдите расстояние от точки К до прямой АВ.

в) Диаметр АВ окружности радиусом 9 см образует с хордой АК угол 45°. Найдите расстояние от точки К до прямой АВ.

101. а) Хорда АВ равна 18 см. ОА и ОВ – радиусы окружности, причем угол АОВ равен 90°. Найдите расстояние от точки О до хорды АВ.

б) Хорда АВ равна 14 см. ОА и ОВ – радиусы окружности, причем угол АОВ равен 90°. Найдите расстояние от точки О до хорды АВ.

в) Хорда АВ равна 13 см. ОА и ОВ – радиусы окружности, причем угол АОВ равен 90°. Найдите расстояние от точки О до хорды АВ.

102. а) Хорды АВ и CD окружности пересекаются в точке М. Найдите МА, если МВ=3 см, МС=4 см, MD=9 см.

б) Хорды АВ и CD окружности пересекаются в точке М. Найдите МА, если МВ=8 см, МС=6 см, MD=4 см.

в) Хорды АВ и CD окружности пересекаются в точке М. Найдите МА, если МВ=3 см, МС=6 см, MD=8 см.

103. а) Найдите расстояние от центра окружности, радиус которой равен 13 см, до её хорды, длина которой равна 10 см.

б) Найдите расстояние от центра окружности, радиус которой равен 15 см, до её хорды, длина которой равна 18 см.

в) Найдите расстояние от центра окружности, радиус которой равен 26 см, до её хорды, длина которой равна 48 см.

104. а) Расстояние от центра окружности, радиус которой равен 29 см, до её хорды равно 21 см. Найдите длину хорды.

б) Расстояние от центра окружности, радиус которой равен 20 см, до её хорды равно 16 см. Найдите длину хорды.

в) Расстояние от центра окружности, радиус которой равен 26 см, до её хорды равно 10 см. Найдите длину хорды.

105. а) Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите длину хорды CD, если AB=16, а расстояния от центра окружности до хорд AB и CD равны 15 и 8 соответственно.

б) Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние до центра окружности до хорды CD, если AB=30, CD=40, а расстояние от центра окружности до хорды AB равно 20.

в) Отрезки AB и CD являются хордами окружности. Найдите расстояние до центра окружности до хорды CD, если AB=6, CD=8, а расстояние от центра окружности до хорды AB равно 4.

106. а) Через точку A окружности с центром O проведена касательная AB. Найдите радиус окружности, если OB=6 см, $\angle AOB = 60°$.

б) Через точку A окружности с центром O проведена касательная AB. Найдите радиус окружности, если OB=16 см, $\angle AOB = 60°$.

в) Через точку A окружности с центром O проведена касательная AB. Найдите радиус окружности, если OB=14 см, $\angle AOB = 60°$.

107. а) Отрезки касательных AB и BC, проведенных из точки B к окружности с центром в точке O, образуют угол, равный 60°, OB=28 см. Найдите длину отрезка AO.

б) Отрезки касательных AB и BC, проведенных из точки B к окружности с центром в точке O, образуют угол, равный 60°, OB=20 см. Найдите длину отрезка AO.

в) Отрезки касательных AB и BC, проведенных из точки B к окружности с центром в точке O, образуют угол, равный 60°, OB=18 см. Найдите длину отрезка AO.

108. а) Прямая CB касается окружности с центром в точке A и радиусом 4 см в точке B. Найдите расстояние AC, если BC=3 см.

б) Прямая CB касается окружности с центром в точке A и радиусом 5 см в точке B. Найдите расстояние AC, если BC=12 см.

в) Прямая CB касается окружности с центром в точке A и радиусом 6 см в точке B. Найдите расстояние AC, если BC=8 см.

109. а) Через точку A, лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке K. Другая прямая пересекает окружность в точках B и C, причём AB=4, AC=64. Найдите AK.

б) Через точку A, лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке K. Другая прямая пересекает окружность в точках B и C, причём AB=6, AC=54. Найдите AK.

в) Через точку A, лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке K. Другая прямая пересекает окружность в точках B и C, причём AB=2, AC=8. Найдите AK.

110. а) Через точку A, лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке K. Другая прямая пересекает окружность в точках B и C, причём AB=2, BC=6. Найдите AK.

б) Через точку A, лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке K. Другая прямая пересекает окружность в точках B и C, причём AB=2, BC=16. Найдите AK.

в) Через точку A, лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке K. Другая прямая пересекает окружность в точках B и C, причём AB=4, BC=12. Найдите AK.

111. а) Через точку A, лежащую вне окружности с центром в точке O, проведены две касательные AM и AK. AM=10, $\angle MAO=30°$. Найдите расстояние между точками M и K.

б) Через точку A, лежащую вне окружности с центром в точке O, проведены две касательные AM и AK. AM=22, $\angle MAO=30°$. Найдите расстояние между точками M и K.

в) Через точку A, лежащую вне окружности с центром в точке O, проведены две касательные AM и AK. AM=17, $\angle MAO=30°$. Найдите расстояние между точками M и K.

112. а) Прямая AB – касательная к окружности с центром в точке O. AB=2 см, $\angle AOB=45°$. Найдите радиус OA.

б) Прямая AB – касательная к окружности с центром в точке O. AB=15 см, $\angle AOB=45°$. Найдите радиус OA.

в) Прямая AB – касательная к окружности с центром в точке O. AB=23 см, $\angle AOB=45°$. Найдите радиус OA.

113. а) В треугольнике ABC стороны AC=8, BC=15, угол C равен 90°. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.

б) В треугольнике ABC стороны AC=10, BC=24, угол C равен 90°. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.

в) В треугольнике ABC стороны AC=5, BC=12, угол C равен 90°. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.

114. а) Периметр треугольника равен 12, а радиус вписанной окружности равен 1. Найдите площадь этого треугольника.

б) Периметр треугольника равен 76, а радиус вписанной окружности равен 8. Найдите площадь этого треугольника.

в) Периметр треугольника равен 88, а радиус вписанной окружности равен 10. Найдите площадь этого треугольника.

115. а) Площадь треугольника равна 24, а радиус вписанной окружности равен 2. Найдите периметр этого треугольника

б) Площадь треугольника равна 60, а радиус вписанной окружности равен 4. Найдите периметр этого треугольника

в) Площадь треугольника равна 102, а радиус вписанной окружности равен 6. Найдите периметр этого треугольника

116. а) Сторона правильного треугольника равна $\sqrt{3}$ Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.

б) Сторона правильного треугольника равна $6\sqrt{3}$ Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.

в) Сторона правильного треугольника равна $8\sqrt{3}$ Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.

117. а) Найдите радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, если высота треугольника равна 6.

б) Найдите радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, если высота треугольника равна 36.

в) Найдите радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, если высота треугольника равна 18.

118. а) Окружность, вписанная в треугольник ABC, касается сторон AB, BC и AC в точках M, Ки P соответственно. Найдите периметр треугольника ABC, если AP=4 см, BM=6 см, CK=3 см.

б) Окружность, вписанная в треугольник ABC, касается сторон AB, BC и AC в точках M, Ки P соответственно. Найдите периметр треугольника ABC, если AM=5 см, BK=2 см, CP=4 см.

в) Окружность, вписанная в треугольник ABC, касается сторон AB, BC и AC в точках M, Ки P соответственно. Найдите периметр треугольника ABC, если AM=4 см, BK=6 см, CP=4 см.

119. а) Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, если один из углов треугольника равен 90°, а расстояние от центра окружности до вершины этого угла равно $4\sqrt{2}$ см.

б) Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, если один из углов треугольника равен 120°, а расстояние от центра окружности до вершины этого угла равно $18\sqrt{3}$ см

в) Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, если один из углов треугольника равен 90°, а расстояние от центра окружности до вершины этого угла равно $8\sqrt{2}$ см.

120. а) В треугольнике ABC стороны AC=8, BC=15, угол C равен 90°. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

б) В треугольнике ABC стороны AC=10, BC=24, угол C равен 90°. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

в) В треугольнике ABC стороны AC=12, BC=5, угол C равен 90°. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

121. а) Найдите диаметр окружности, описанной около треугольника, если синус одного из углов треугольника равен $\frac{3}{7}$, а противолежащая этому углу сторона равна 15 см.

б) Найдите диаметр окружности, описанной около треугольника, если синус одного из углов треугольника равен $\frac{4}{9}$, а противолежащая этому углу сторона равна 16 см.

в) Найдите диаметр окружности, описанной около треугольника, если синус одного из углов треугольника равен $\frac{5}{6}$, а противолежащая этому углу сторона равна 20 см.

122. а) Найдите диаметр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, если косинус одного из углов треугольника равен $\frac{3}{7}$, а прилежащий к этому углу катет равен 18 см.

б) Найдите диаметр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, если косинус одного из углов треугольника равен 0,25, а прилежащий к этому углу катет равен 1 см.

в) Найдите диаметр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, если косинус одного из углов треугольника равен $\frac{4}{9}$, а прилежащий к этому углу катет равен 12 см.

123. а) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника, если одна из сторон треугольника равна 20 см, а расстояние от центра окружности до этой стороны равно 24 см.

б) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника, если одна из сторон треугольника равна 24 см, а расстояние от центра окружности до этой стороны равно 5 см.

в) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника, если одна из сторон треугольника равна 48 см, а расстояние от центра окружности до этой стороны равно 10 см.

124. а) Найдите радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, если радиус окружности, вписанной в этот треугольник, равен 42 см.

б) Найдите радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, если радиус окружности, вписанной в этот треугольник, равен 21 см.

в) Найдите радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, если радиус окружности, вписанной в этот треугольник, равен 26 см.

125. а) Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 17 см. Найдите AC, если BC=16 см.

б) Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 25 см. Найдите AC, если BC=48 см.

в) Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 12,5 см. Найдите AC, если BC=7 см.

126. а) В равнобедренном треугольнике ABC $\angle A=30°$, $\angle C=30°$. Сторона AB равна 4 см. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC.

б) В равнобедренном треугольнике ABC $\angle A=30°$, $\angle C=30°$. Сторона AB равна 14 см. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC.

в) В равнобедренном треугольнике ABC $\angle A=30°$, $\angle C=30°$. Сторона AB равна 8 см. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC.

127. а) В квадрат вписана окружность. Найдите радиус окружности, если диагональ квадрата равна $12\sqrt{2}$.

б) В квадрат вписана окружность. Найдите радиус окружности, если диагональ квадрата равна $3\sqrt{2}$.

в) В квадрат вписана окружность. Найдите радиус окружности, если диагональ квадрата равна $8\sqrt{2}$.

128. а) Найдите площадь квадрата, описанного около окружности радиуса 40.

б) Найдите площадь квадрата, описанного около окружности радиуса 7.

в) Найдите площадь квадрата, описанного около окружности радиуса 15.

129. а) Найдите сторону правильного шестиугольника, описанного около окружности, радиус которой равен $\sqrt{3}$.

б) Найдите сторону правильного шестиугольника, описанного около окружности, радиус которой равен $17\sqrt{3}$.

в) Найдите сторону правильного шестиугольника, описанного около окружности, радиус которой равен $10\sqrt{3}$.

130. а) Около окружности описана трапеция, периметр которой равен 40. Найдите её среднюю линию.

б) Около окружности описана трапеция, периметр которой равен 60. Найдите её среднюю линию.

в) Около окружности описана трапеция, периметр которой равен 30. Найдите её среднюю линию.

131. а) Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 3 и 5. Найдите среднюю линию трапеции.

б) Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 6 и 8. Найдите среднюю линию трапеции.

в) Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 12 и 15. Найдите среднюю линию трапеции.

132. а) Найдите площадь прямоугольной трапеции, боковые стороны которой равны 12 см и 18 см, если известно, что в эту трапецию можно вписать окружность.

б) Найдите площадь прямоугольной трапеции, боковые стороны которой равны 10 см и 16 см, если известно, что в эту трапецию можно вписать окружность.

в) Найдите площадь прямоугольной трапеции, боковые стороны которой равны 14 см и 20 см, если известно, что в эту трапецию можно вписать окружность.

133. а) В параллелограмм вписана окружность. Найдите периметр параллелограмма, если одна из его сторон равна 5.

б) В параллелограмм вписана окружность. Найдите периметр параллелограмма, если одна из его сторон равна 12.

в) В параллелограмм вписана окружность. Найдите периметр параллелограмма, если одна из его сторон равна 9.

134. а) Около квадрата описана окружность. Найдите радиус окружности, если сторона квадрата равна $12\sqrt{2}$.

б) Около квадрата описана окружность. Найдите радиус окружности, если сторона квадрата равна $8\sqrt{2}$.

в) Около квадрата описана окружность. Найдите радиус окружности, если сторона квадрата равна $3\sqrt{2}$.

135. а) Найдите радиус окружности, описанной около правильного шестиугольника, если радиус окружности, вписанной в этот шестиугольник равен $3{,}5\sqrt{3}$.

б) Найдите радиус окружности, описанной около правильного шестиугольника, если радиус окружности, вписанной в этот шестиугольник равен $6\sqrt{3}$.

в) Найдите радиус окружности, описанной около правильного шестиугольника, если радиус окружности, вписанной в этот шестиугольник равен $8\sqrt{3}$.

136. а) Большая диагональ правильного шестиугольника, вписанного в окружность, равна 6. Найдите радиус этой окружности.

б) Большая диагональ правильного шестиугольника, вписанного в окружность, равна 5. Найдите радиус этой окружности.

в) Большая диагональ правильного шестиугольника, вписанного в окружность, равна 12. Найдите радиус этой окружности.

137. а) Найдите диагональ прямоугольника, вписанного в окружность, радиус которой равен 5.

б) Найдите диагональ прямоугольника, вписанного в окружность, радиус которой равен 7.

в) Найдите диагональ прямоугольника, вписанного в окружность, радиус которой равен 15.

138. а) Боковая сторона равнобедренной трапеции равна её меньшему основанию, угол при основании равен 60°, большее основание равно 12. Найдите радиус описанной окружности этой трапеции.

б) Боковая сторона равнобедренной трапеции равна её меньшему основанию, угол при основании равен 60°, большее основание равно 18. Найдите радиус описанной окружности этой трапеции.

в) Боковая сторона равнобедренной трапеции равна её меньшему основанию, угол при основании равен 60°, большее основание равно 22. Найдите радиус описанной окружности этой трапеции.

139. а) Около параллелограмма, одна из диагоналей которого равна 7 см, описана окружность. Найдите вторую диагональ параллелограмма.

б) Около параллелограмма, одна из диагоналей которого равна 9 см, описана окружность. Найдите вторую диагональ параллелограмма.

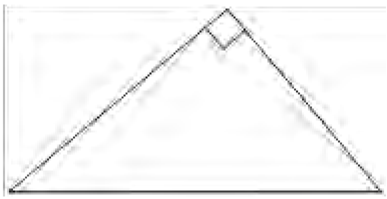
в) Около параллелограмма, одна из диагоналей которого равна 17 см, описана окружность. Найдите вторую диагональ параллелограмма.

140. а) Найдите сторону прямоугольника, вписанного в окружность радиуса 10, если она стягивает дугу 60°.

б) Найдите сторону прямоугольника, вписанного в окружность радиуса 14, если она стягивает дугу 60°.

в) Найдите сторону прямоугольника, вписанного в окружность радиуса 23, если она стягивает дугу 60°.

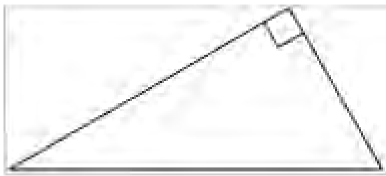
141. а) Катеты прямоугольного треугольника равны 20 и 21. Найдите гипотенузу этого треугольника.



б) Катеты прямоугольного треугольника равны 10 и 24. Найдите гипотенузу этого треугольника.

в) Катеты прямоугольного треугольника равны 20 и 15. Найдите гипотенузу этого треугольника.

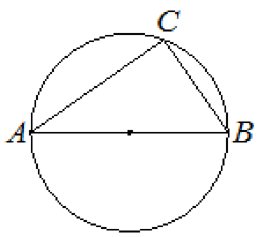
142. а) В прямоугольном треугольнике катет и гипотенуза равны 8 и 17 соответственно. Найдите другой катет этого треугольника.



б) В прямоугольном треугольнике катет и гипотенуза равны 16 и 20 соответственно. Найдите другой катет этого треугольника.

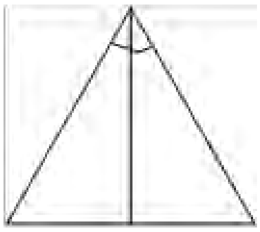
в) В прямоугольном треугольнике катет и гипотенуза равны 5 и 13 соответственно. Найдите другой катет этого треугольника.

143. а) Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 20. Найдите BC, если AC=32.



б) Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 13. Найдите BC, если AC= 24.

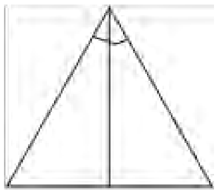
в) Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Радиус окружности равен 17. Найдите BC, если AC=30.



144. а) Биссектриса равностороннего треугольника равна $9\sqrt{3}$. Найдите сторону этого треугольника.

б) Медиана равностороннего треугольника равна $11\sqrt{3}$. Найдите сторону этого треугольника.

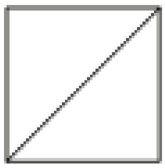
в) Высота равностороннего треугольника равна $12\sqrt{3}$. Найдите сторону этого треугольника.



145. а) Сторона равностороннего треугольника равна $14\sqrt{3}$. Найдите медиану этого треугольника.

б) Сторона равностороннего треугольника равна $16\sqrt{3}$. Найдите высоту этого треугольника.

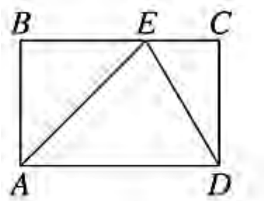
в) Сторона равностороннего треугольника равна $10\sqrt{3}$. Найдите биссектрису этого треугольника.



146. а) Сторона квадрата равна $2\sqrt{2}$. Найдите диагональ этого квадрата.

б) Сторона квадрата равна $10\sqrt{2}$. Найдите диагональ этого квадрата.

в) Сторона квадрата равна $11\sqrt{2}$. Найдите диагональ этого квадрата.



147. а) На стороне BC прямоугольника ABCD, у которого
AB = 12 и AD = 17, отмечена точка E так, что
треугольник ABE равнобедренный. Найдите ED.

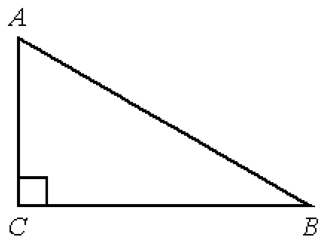
б) На стороне BC прямоугольника ABCD, у которого AB = 15 и AD = 23, отмечена точка E так, что треугольник ABE равнобедренный. Найдите ED.

в) На стороне BC прямоугольника ABCD, у которого AB = 24 и AD = 31, отмечена точка E так, что треугольник ABE равнобедренный. Найдите ED.

148. а) В треугольнике ABC угол C равен 90°, AC=7, AB=25. Найдите sin B.

б) В треугольнике ABC угол C равен 90°, AC=6, AB=10. Найдите sin B.

в) В треугольнике ABC угол C равен 90°, AC=11, AB=25. Найдите sin B.



149. а) В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\cos B = \frac{4}{7}$,

AB = 21. Найдите BC.

б) В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\cos B = \frac{8}{17}$, AB = 34. Найдите BC.

в) В треугольнике ABC угол C равен 90°, $\cos B = \frac{5}{12}$, AB = 60. Найдите BC.

150. а) В треугольнике *ABC* угол *C* равен 90°, $tgB = \frac{9}{7}$, BC = 42. Найдите AC.

б) В треугольнике ABC угол C равен 90°, $tgB = \frac{4}{11}$, BC = 22. Найдите AC.

в) В треугольнике ABC угол C равен 90°, $tgB = \frac{11}{8}$, BC = 24. Найдите AC.

151. а) Катеты прямоугольного треугольника равны $5\sqrt{15}$ и 5. Найдите синус наименьшего угла этого треугольника.

б) Катеты прямоугольного треугольника равны 8 и 6. Найдите синус наименьшего угла этого треугольника.

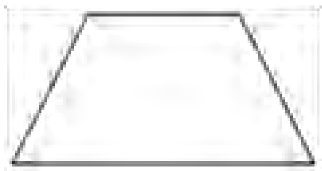
в) Катеты прямоугольного треугольника равны $6\sqrt{6}$ и 3. Найдите синус наименьшего угла этого треугольника.

152. а) Синус острого угла A треугольника ABC равен $\frac{2\sqrt{6}}{5}$. Найдите cos A.

б) Синус острого угла A треугольника ABC равен $\frac{3\sqrt{11}}{10}$. Найдите cos A.

в) Синус острого угла A треугольника ABC равен $\frac{3\sqrt{7}}{8}$. Найдите cos A.

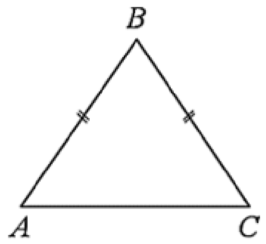
153. а) Основания равнобедренной трапеции равны 51 и 65. Боковые стороны равны 25. Найдите синус острого угла трапеции.



б) Основания равнобедренной трапеции равны 6 и 12. Боковые стороны равны 5. Найдите синус острого угла трапеции.

в) Основания равнобедренной трапеции равны 11 и 41. Боковые стороны равны 25. Найдите синус острого угла трапеции.

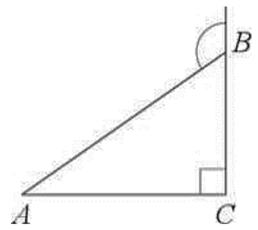
154. а) В треугольнике ABC известно, что AB = BC = 20, AC = 24. Найдите синус угла BAC.



б) В треугольнике ABC известно, что AB = BC = 50, AC = 28. Найдите синус угла BAC.

в) В треугольнике ABC известно, что AB = BC = 12, AC = $12\sqrt{3}$. Найдите синус угла BAC.

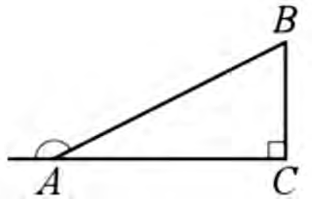
155. а) В треугольнике ABC угол C равен 90°, AB = 12. Внешний угол при вершине B равен 120°. Найдите BC.



б) В треугольнике ABC угол C равен 90°, AB = 34. Внешний угол при вершине B равен 120°. Найдите BC.

в) В треугольнике ABC угол C равен 90°, AB = 40. Внешний угол при вершине B равен 120°. Найдите BC.

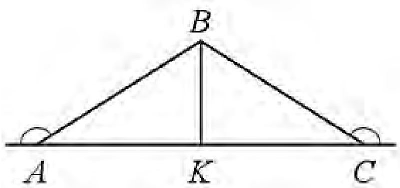
156. а) В прямоугольном треугольнике ABC внешний угол при вершине A равен 150°. Катет BC =19. Найдите гипотенузу AB.



б) В прямоугольном треугольнике ABC внешний угол при вершине A равен 150°. Катет BC = 41. Найдите гипотенузу AB.

в) В прямоугольном треугольнике ABC внешний угол при вершине A равен 150°. Катет BC = 23. Найдите гипотенузу AB.

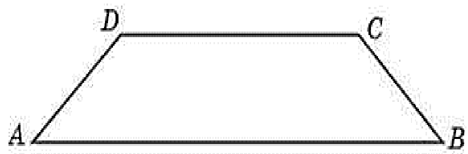
157. а) В ΔABC внешние углы при вершинах A и C равны 150°, AB = 54.
Найдите биссектрису BK.



б) В ΔABC внешние углы при вершинах A и C равны 150°, AB = 48. Найдите биссектрису BK.

в) В ΔABC внешние углы при вершинах A и C равны 150°, AB = 44.
Найдите биссектрису BK.

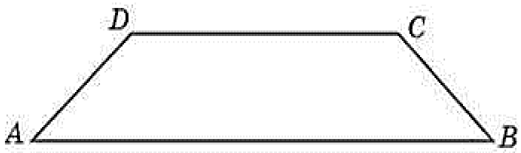
158. а) Основания равнобедренной трапеции равны 15 и 9, один из углов равен 45°. Найдите высоту трапеции.



б) Основания равнобедренной трапеции равны 51 и 23, один из углов равен 45°. Найдите высоту трапеции.

в) Основания равнобедренной трапеции равны 45 и 27, один из углов равен 45°. Найдите высоту трапеции.

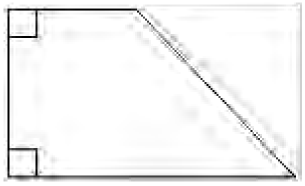
159. а) В равнобедренной трапеции основания равны 12 и 27, острый угол равен 60°. Найдите ее периметр.



б) В равнобедренной трапеции основания равны 29 и 50, острый угол равен 60°. Найдите ее периметр.

в) В равнобедренной трапеции основания равны 45 и 74, острый угол равен 60°. Найдите ее периметр.

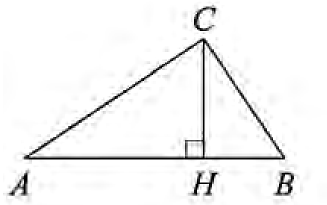
160. а) В прямоугольной трапеции основания равны 3 и 5, а один из углов равен 135°. Найдите меньшую боковую сторону.



б) В прямоугольной трапеции основания равны 12 и 19, а один из углов равен 135°. Найдите меньшую боковую сторону.

в) В прямоугольной трапеции основания равны 21 и 30, а один из углов равен 135°. Найдите меньшую боковую сторону.

161. а) В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH – высота, угол A равен 30°. Найдите AH, если AB =2.



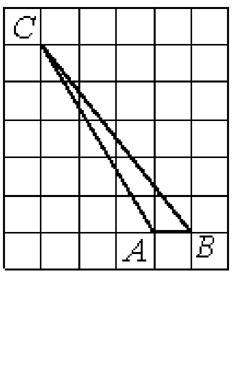
б) В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH – высота, угол A равен 30°. Найдите BH, если AB =4.

в) В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH – высота, угол A равен 30°.

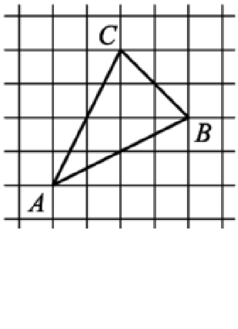
Найдите BH, если AB =16.

162. а) Фигуры изображены на клетчатой бумаге с размером клетки 1×1.

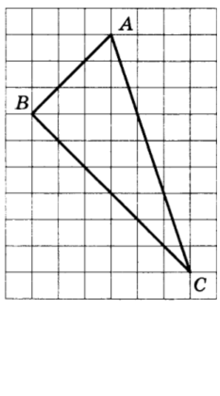
1) Найдите длину высоты, опущенной на сторону AB.



2) Найдите длину медианы, проведённой из вершины *C*.

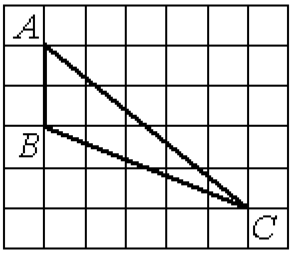


3) Найдите длину биссектрисы, проведённой из вершины *B*.

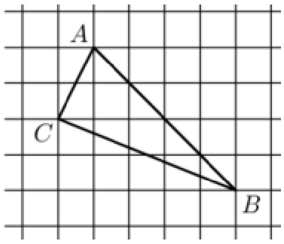


б) Фигуры изображены на клетчатой бумаге с размером клетки 1×1.

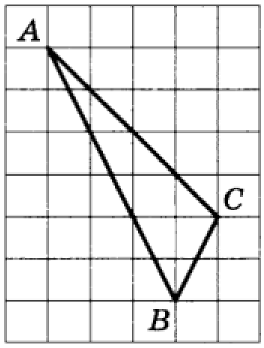
1) Найдите длину высоты, опущенной на сторону АВ.



2) Найдите длину медианы, проведённой из вершины *С*.

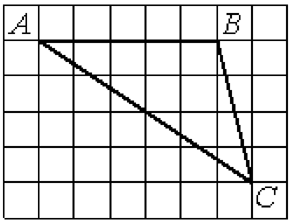


3) Найдите длину биссектрисы, проведённой из вершины *В*.

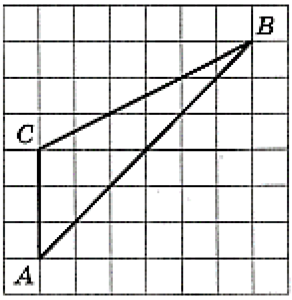


в) Фигуры изображены на клетчатой бумаге с размером клетки 1×1.

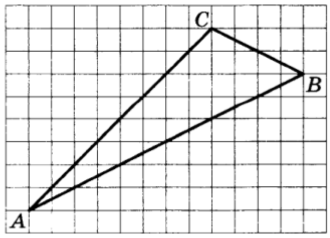
1) Найдите длину высоты, опущенной на сторону АВ.



2) Найдите длину медианы, проведённой из вершины *С*.

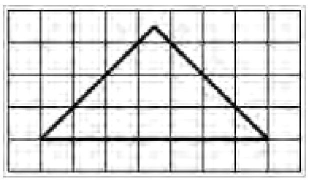


3) Найдите длину биссектрисы, проведённой из вершины *В*.

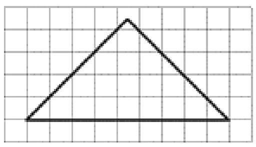


163. а) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равнобедренный прямоугольный треугольник.

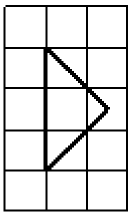
1) Найдите длину биссектрисы, выходящей из вершины прямого угла.



2) Найдите длину медианы, проведённой к гипотенузе.

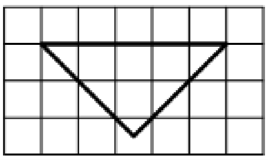


3) Найдите длину высоты, проведённой к гипотенузе.

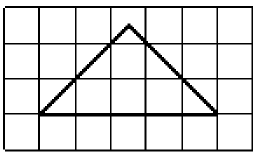


б) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равнобедренный прямоугольный треугольник.

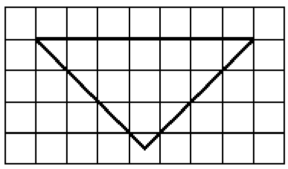
1) Найдите длину биссектрисы, выходящей из вершины прямого угла.



2) Найдите длину медианы, проведённой к гипотенузе.

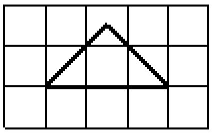


3) Найдите длину высоты, проведённой к гипотенузе.

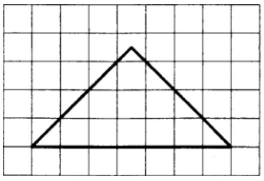


в) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равнобедренный прямоугольный треугольник.

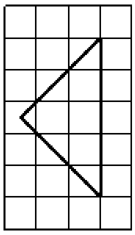
1) Найдите длину биссектрисы, выходящей из вершины прямого угла.



2) Найдите длину медианы, проведённой к гипотенузе.

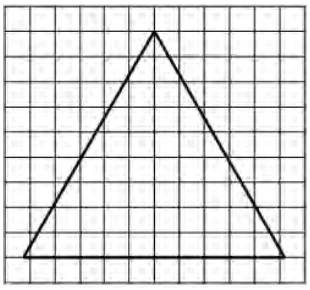


3) Найдите длину высоты, проведённой к гипотенузе.

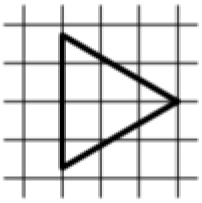


164. а) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равносторонний треугольник.

1) Найдите радиус описанной около него окружности.

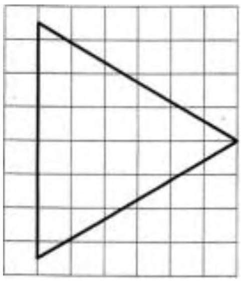


2) Найдите радиус вписанной в него окружности.

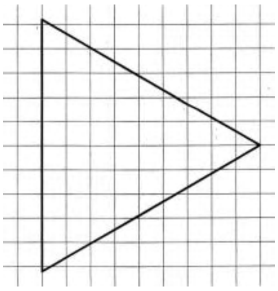


б) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равносторонний треугольник.

1) Найдите радиус описанной около него окружности.

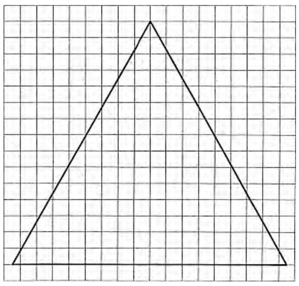


2) Найдите радиус вписанной в него окружности.

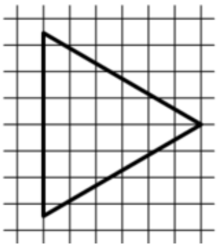


в) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён равносторонний треугольник.

1) Найдите радиус описанной около него окружности.

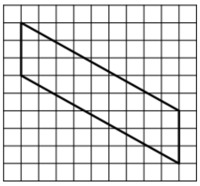


2) Найдите радиус вписанной в него окружности.

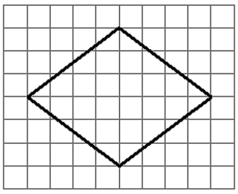


165. а) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм.

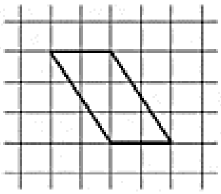
1) Найдите длину большей высоты.



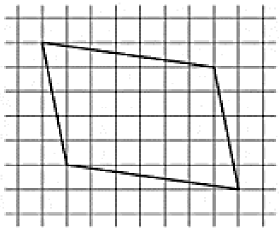
2) Найдите длину большей диагонали



3) Найдите длину меньшей диагонали.

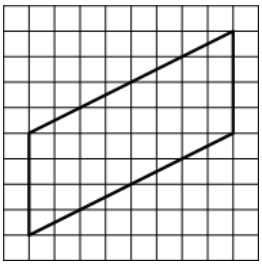


4) Найдите длину его большей диагонали.

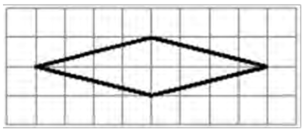


б) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм.

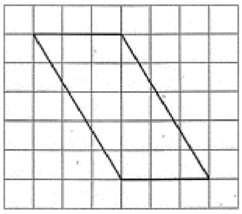
1) Найдите длину большей высоты.



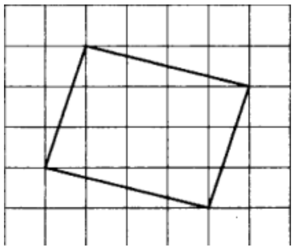
2) Найдите длину большей диагонали



3) Найдите длину меньшей диагонали.

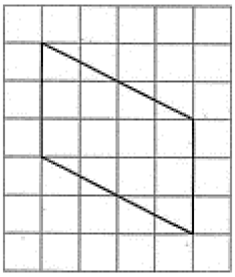


4) Найдите длину его меньшей диагонали.

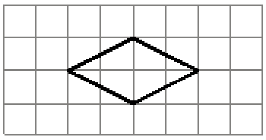


в) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм.

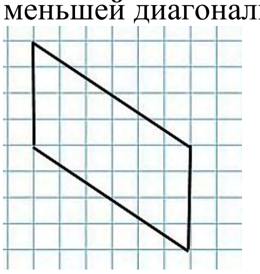
1) Найдите длину большей высоты.



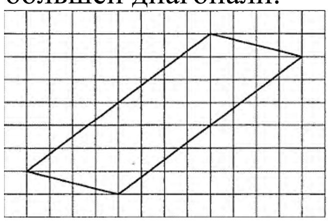
2) Найдите длину большей диагонали



3) Найдите длину меньшей диагонали.

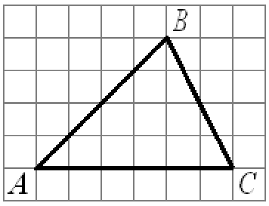


4) Найдите длину его большей диагонали.

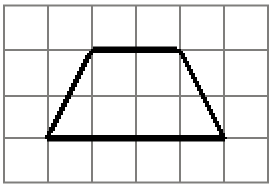


166. а) Фигуры изображены на клетчатой бумаге с размером клетки 1×1.

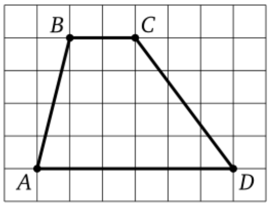
1) Найдите длину средней линии треугольника, параллельной стороне АС.



2) Найдите длину средней линии трапеции.

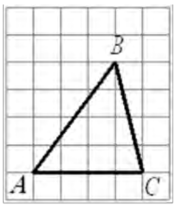


3) Найдите длину высоты трапеции.



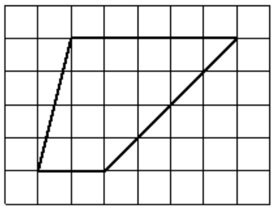
б) Фигуры изображены на клетчатой бумаге с размером клетки 1×1.

1) Найдите длину средней линии треугольника, параллельной стороне АС.



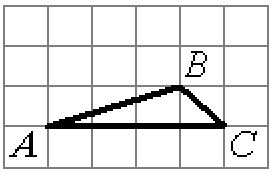
2) Найдите длину средней линии трапеции.

4) Найдите длину высоты трапеции.

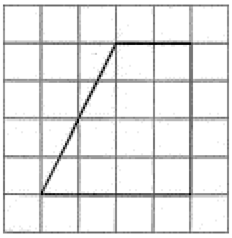


в) Фигуры изображены на клетчатой бумаге с размером клетки 1×1.

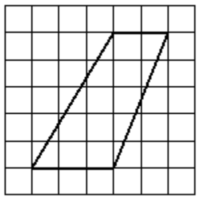
1) Найдите длину средней линии треугольника, параллельной стороне АС.



2) Найдите длину средней линии трапеции.

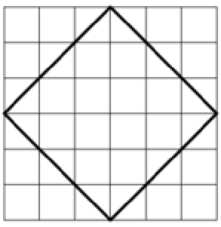


3) Найдите длину высоты трапеции.

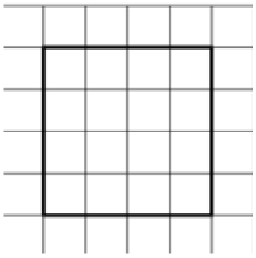


167. а) Фигуры изображены на клетчатой бумаге с размером клетки 1×1.

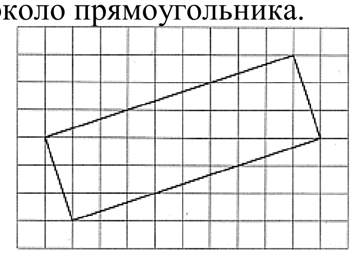
1) Найдите радиус описанной около квадрата окружности.



2) Найдите радиус вписанной в квадрат окружности.

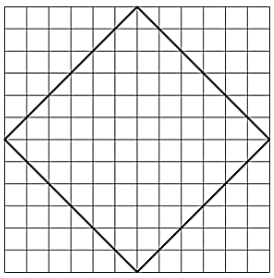


3) Найдите радиус окружности, описанной около прямоугольника.

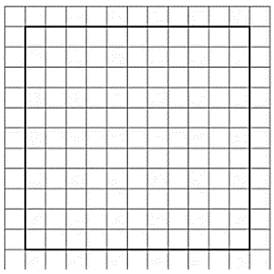


б) Фигуры изображены на клетчатой бумаге с размером клетки 1×1.

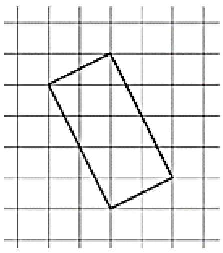
1) Найдите радиус описанной около квадрата окружности.



2) Найдите радиус вписанной в квадрат окружности.

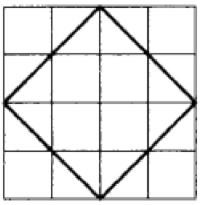


3) Найдите радиус окружности, описанной около прямоугольника.

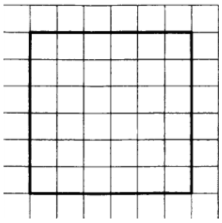


в) Фигуры изображены на клетчатой бумаге с размером клетки 1×1.

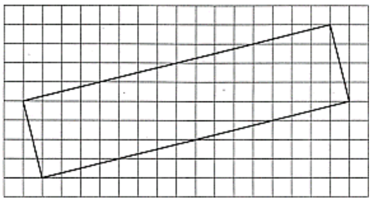
1) Найдите радиус описанной около квадрата окружности.



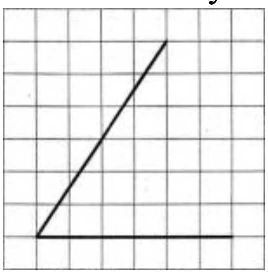
2) Найдите радиус вписанной в квадрат окружности.

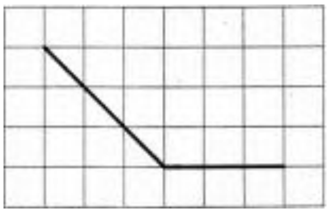


3) Найдите радиус окружности, описанной около прямоугольника.

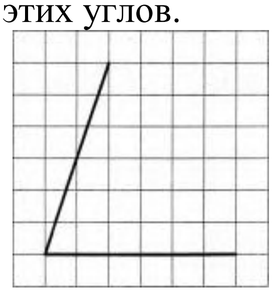


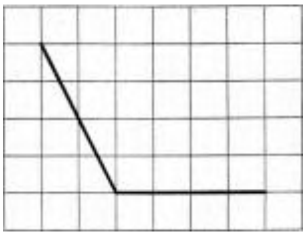
168. а) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображены углы. Найдите тангенсы этих углов.

1) 

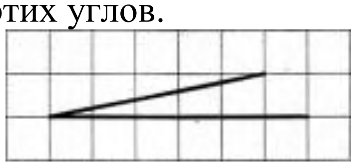
2) 

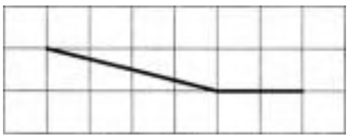
б) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображены углы. Найдите тангенсы этих углов.

1) 

2) 

в) На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображены углы. Найдите тангенсы этих углов.

1) 

2) 

Раздел 3. Площади.

Теоретический материал

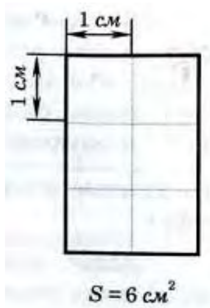
Площадь плоской фигуры. Площадь параллелограмма.

1. Понятие площади известно каждому из жизненного опыта.

В геометрии площадь плоской фигуры - это числовая характеристика, показывающая размер этой фигуры.

Площадь многоугольника - величина занимаемой им части плоскости.

Обычно площадь оценивают квадратами со стороной в 1единичный отрезок, накладывая сетку из таких квадратов на фигуру. Поэтому исторически площадь называли *квадратурой*.



2. Единицы измерения площади:

1 квадратный метр (м^2) = 100 дм^2 (10дм ·10дм) = 10000 см^2 (100см·100см) = 1000000 мм^2(1000мм·1000мм).

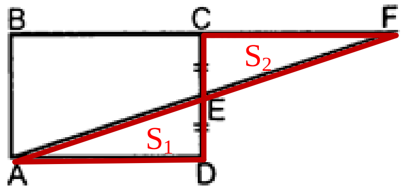
1 квадратный километр (км^2) = 1000000 (м^2).

1 ар (сотка) = 100(м^2).

1 гектар (га) = 10000(м^2) = 100(ар) = 0,01(км^2).

3.Свойства площадей плоских фигур:

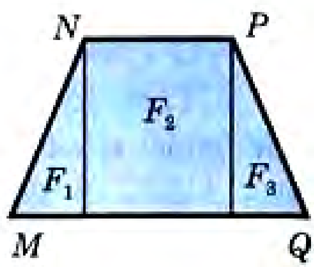
Равные многоугольники имеют равные площади.



$$S_1 = S_2$$

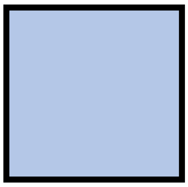
Многоугольники, имеющие равные площади, называют **равновеликими**. Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников, то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников.

$$S_{MNPQ} = S_{F1} + S_{F2} + S_{F3}$$



Площадь квадрата равна квадрату его стороны.

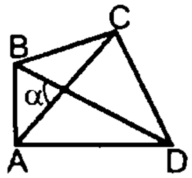
S = $a \cdot a = a^2$



Площадь выпуклого четырехугольника равна половине произведения его диагоналей на синус острого угла между ними.

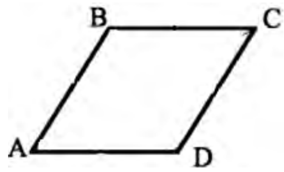
$$S = \frac{1}{2} AC\ BD\ \sin\alpha$$

AC и BD – диагонали

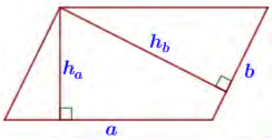
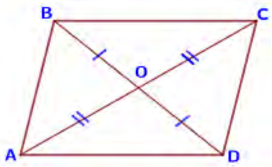
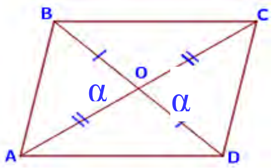


Параллелограмм – это четырехугольник, противоположные стороны которого попарно параллельны.

$AB \parallel CD,\ BC \parallel AD$

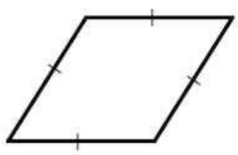


Площадь параллелограмма.

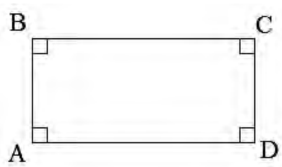
Рисунок	Определение	Формула
	Площадь параллелограмма равна произведению его стороны и высоты, проведенной к этой стороне.	$S = a\,h_a = b\,h_b$
	Площадь параллелограмма равна произведению его смежных сторон на синус угла между ними	$S = AB \cdot AD \cdot \sin\angle A = = BA \cdot BC \cdot \sin\angle B$
	Площадь параллелограмма равна половине произведения его диагоналей на синус угла между ними	$S = \frac{1}{2} AC \cdot BD \cdot \sin\alpha$

Площадь прямоугольника, ромба, квадрата.

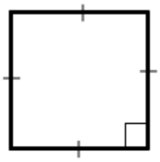
Ромб – это параллелограмм, у которого все стороны равны.



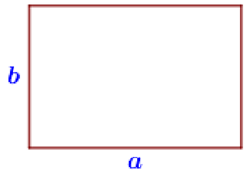
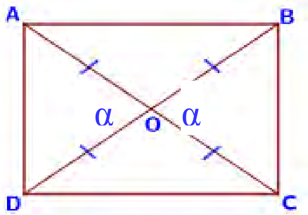
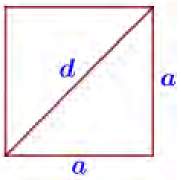
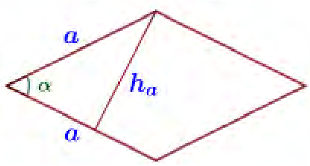
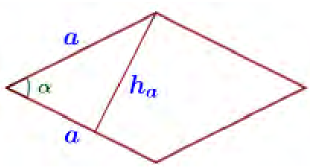
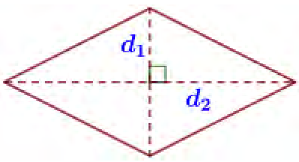
Прямоугольник – параллелограмм, у которого все углы прямые.



Квадрат – это прямоугольник, у которого все стороны равны.



Площади.

Фигура	Формулировка	Формула
	Прямоугольник	
	Площадь прямоугольника равна произведению длин его смежных сторон	$S = a\,b$
	Площадь прямоугольника равна половине произведения квадрата его диагонали на синус угла между диагоналями	$S = \frac{1}{2}BD^2 \cdot \sin\alpha$ $S = \frac{1}{2}AC^2 \cdot \sin\alpha$
	Квадрат	
	Площадь квадрата равна квадрату его стороны. Площадь квадрата равна половине квадрата его диагонали.	$S = a^2$ $S = \frac{1}{2}d^2$
	Ромб	
	Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту.	$S = a\,h_a$
	Площадь ромба равна произведению двух его смежных сторон на синус угла между ними.	$S = a^2 \cdot \sin\alpha$
	Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей	$S = \frac{1}{2}d_1 \cdot d_2$

Решаем устно

1) Стороны прямоугольника равны 4 и 6. Найдите площадь прямоугольника.

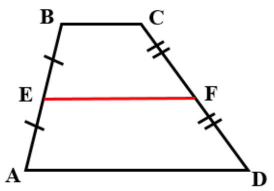
2) Сторона квадрата равна $4\sqrt{2}$. Найдите площадь квадрата.

3) Сторона ромба равна 8, а синус угла между сторонами равен 0,5. Найдите площадь ромба.

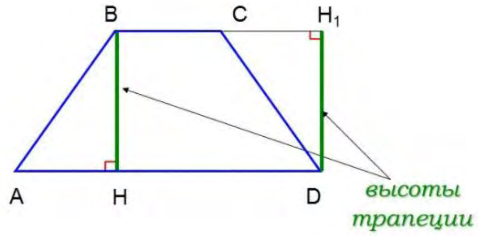
Площадь трапеции.

Трапеция – выпуклый четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие стороны не параллельны.

Средняя линия трапеции – отрезок, соединяющий середины боковых сторон.

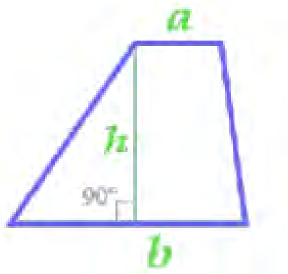


Высота трапеции – это перпендикуляр, проведенный из любой точки одного основания на прямую, содержащую другое основание.



Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту:

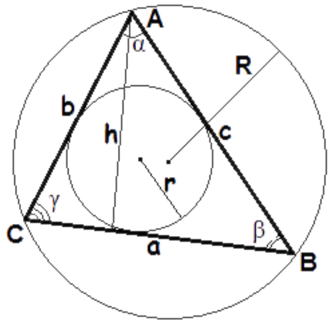
$$S = \frac{(a+b)}{2} \cdot h$$



Площадь треугольника

Треугольник – это геометрическая фигура, образованная тремя отрезками, которые соединяют три точки, не лежащие на одной прямой. Отрезки называют сторонами треугольника, а точки – вершинами треугольника *Площадь треугольника* – это численная характеристика, характеризующая размер плоскости, ограниченной треугольником.

Вспомним обозначения и рассмотрим чертеж:



S - площадь треугольника, a, b, c - длины сторон треугольника,

h - высота треугольника, γ - угол между сторонами a и b, r - радиус вписанной окружности, R - радиус описанной окружности.

Полупериметр треугольника $p = \frac{a+b+c}{2}$

1. Формула площади треугольника по стороне и высоте

Площадь треугольника равна половине произведения длины стороны треугольника на длину проведенной к этой стороне высоты.

$$S = \frac{1}{2}ah$$

2.Формула площади треугольника по трем сторонам

Формула Герона $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

3.Формула площади треугольника по двум сторонам и углу между ними. *Площадь треугольника* равна половине произведения двух его сторон умноженного на синус угла между ними.

$$S = \frac{1}{2}a \cdot b \cdot \sin\gamma$$

4.Формула площади треугольника по трем сторонам и радиусу описанной окружности.

Площадь треугольника равна отношению произведения всех сторон треугольника к 4 радиусам описанной окружности

$$S = \frac{abc}{4R}$$

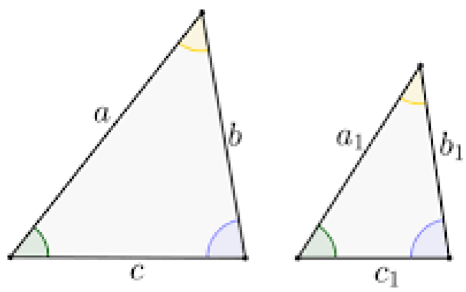
5.Формула площади треугольника по трем сторонам и радиусу вписанной окружности.

Площадь треугольника равна произведению полупериметра треугольника на радиус вписанной окружности.

$$S = p \cdot r$$

6.Свойство подобных треугольников.

Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.

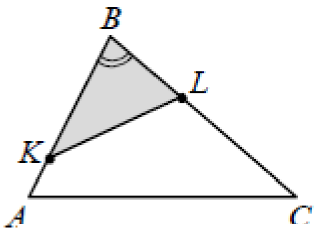


$\frac{S_1}{S_2} = k^2$, где $\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1} = k$

7.Свойства площадей треугольников с равными углами.

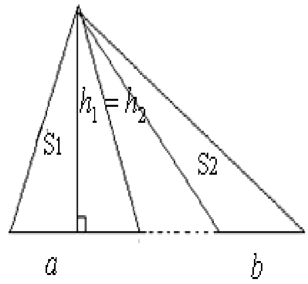
Если два треугольника имеют равные углы, то их площади относятся как произведения сторон, заключающих эти углы.

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{BK \cdot BL}{AB \cdot BC}$$



8. Свойства площадей треугольников с равными высотами.

Если два треугольника имеют одинаковые высоты, то их площади относятся как длины оснований (сторон, на которые опущены эти высоты).

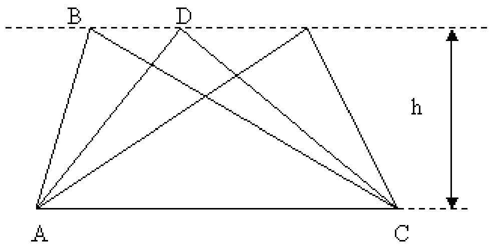


$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{a}{b}$$

9.Еще одно интересное свойство площадей

Если вершину треугольника передвигать по прямой, параллельной основанию, то площадь при этом не изменится.

$S_1 = S_2 = \ldots S_n = h \cdot AC = const$

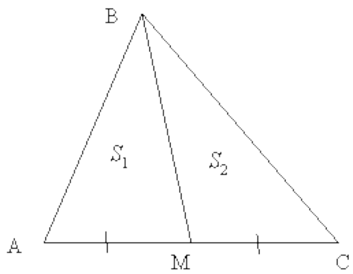


Треугольники называются *равновеликими*, если имеют одинаковую площадь.

10.Свойство медианы треугольника

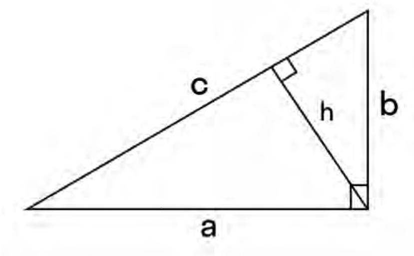
Медиана треугольника разбивает его на два равновеликих треугольника.

Если BM-медиана, то $S_1 = S_2$



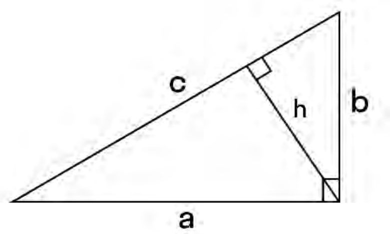
11.Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.

$$S = \frac{ab}{2}$$

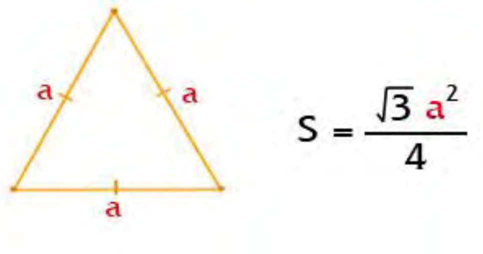


12.Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения гипотенузы на высоту, проведенную к ней.

$$S = \frac{ch}{2}$$

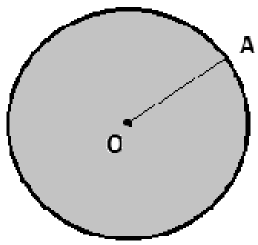


13.Площадь равностороннего треугольника равна $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



Площадь круга и его частей.

Круг – это часть плоскости, ограниченная окружностью.



Центр данной окружности называется *центром круга*, а расстояние от центра до любой точки окружности — *радиусом круга.*

O — центр круга, OA — радиус круга.

Длина окружности — это длина замкнутой плоской кривой, ограничивающей круг.

$$C = 2\pi r.$$

Круговой сектор — это часть круга, ограниченная двумя радиусами и дугой. Два радиуса разделяют круг на два сектора.

Круговой сегмент — это часть круга, ограниченная дугой и стягивающей её хордой. Любая хорда делит круг на два сегмента.

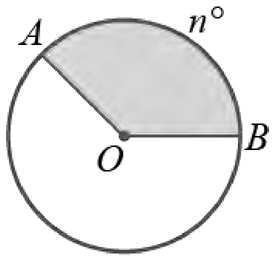
<u>Площадь круга.</u>

Площадь круга равна произведению числа π на квадрат радиуса.

$S = \pi r^2$, где S — площадь круга, а r — радиус круга.

Так как диаметр круга равен удвоенному радиусу, то радиус равен диаметру, разделённому на 2. Следовательно, формула нахождения площади круга через диаметр будет выглядеть так: $S = \dfrac{\pi d^2}{4}$.

Площадь сектора.

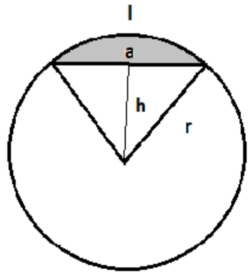


Чтобы найти площадь S кругового сектора радиуса R, ограниченного дугой с градусной мерой $n°$, надо использовать формулу:

$$S = \frac{\pi r^2}{360} \cdot n.$$

.

Площадь сегмента.



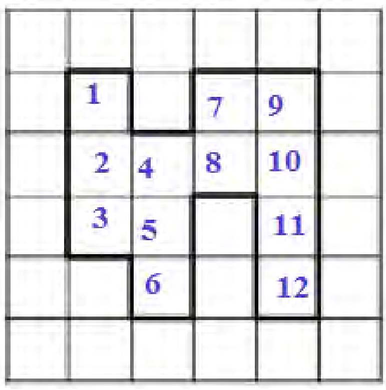
При отсечении части круга хордой можно рассмотреть две фигуры: это сегмент и равнобедренный треугольник, боковые стороны которого - радиусы круга.

Площадь сегмента можно найти как разность площадей сектора круга и этого равнобедренного треугольника.

$$S = \frac{1}{2}(rl - ah)$$

Площади многоугольников, изображенных на клетчатой бумаге.

Чтобы найти площадь фигуры на клеточной бумаге площадь можно оценить квадратами со стороной в 1единичный отрезок, а также можно применить правила и формулы геометрии для нахождения площади фигуры, можно использовать метод вырезания или формулу Пика.



Оценка площади квадратами со стороной в 1 единичный отрезок.

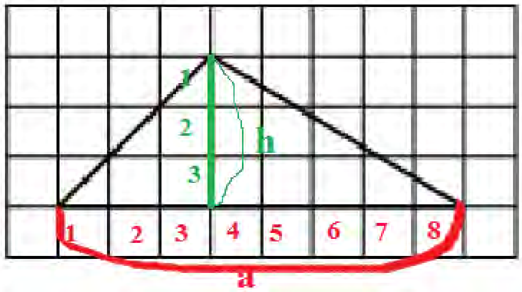
Площадь оценивают квадратами со стороной в 1 единичный отрезок, подсчитывая сетку из таких квадратов в фигуре.

Ответ 12.

Применение правила и формул геометрии для нахождения площади фигуры

Рассмотрим применение правила и формул геометрии на примерах задач:

Пример 1. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



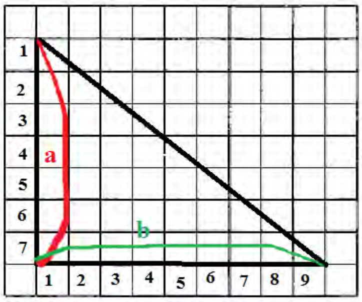
Площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту

Основание а = 8 клеток, высота h = 3 клетки

$S=\frac{1}{2}\,a \cdot h_a = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3 = 12$

Ответ 12

Пример 2. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



Этот треугольник – прямоугольный.

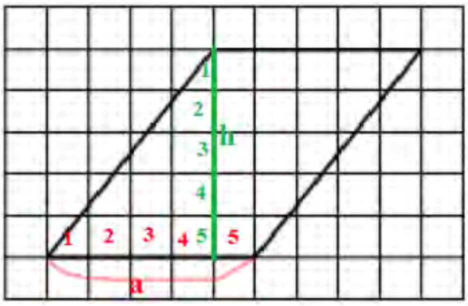
Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов

Основание a = 7 клеток, высота b = 9 клеток

$\mathbf{S}= \frac{1}{2}\,a \cdot b = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 9 = 31{,}5$

Ответ 31,5.

Пример 3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найдите площадь этого параллелограмма.

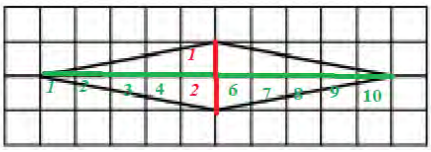


Площадь параллелограмма равна произведению его стороны и высоты, проведенной к этой стороне.

Сторона a = 5 , высота h = 5

$\mathbf{S} = a \cdot h_a = 5 \cdot 5 = 25$ *Ответ 25.*

Пример 4. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите площадь этого ромба.



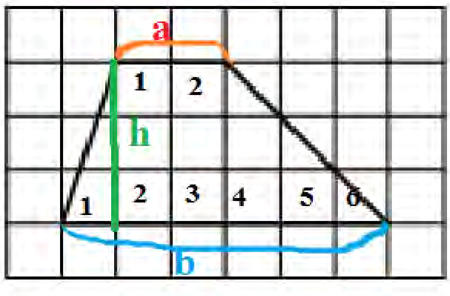
Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей.

Диоганали равны: d_1 = 2 клетки, d_2 = 10 клеток.

$S= \frac{1}{2}\,d_1 \cdot d_2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10 = 10$

Ответ 10.

Пример 5. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



Площадь трапеции равна произведению полусуммы её оснований на высоту

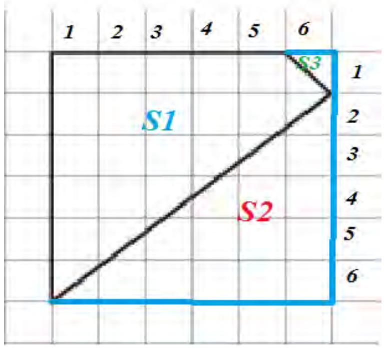
Основание a = 2 клетки, второе основание b = 6 клеток, высота h = 3 клетки.

S= $\frac{1}{2}$ **(**a + b)·h **=** $\frac{1}{2}$ ·(2 + 6) · 3= 12

Ответ 12

Метод вырезания.

Площадь одной клетки равна 1. Найдите площадь фигуры, изображённой на рисунке.



Дополним фигуру до прямоугольника. Прямоугольник будет состоять из нашей фигуры- 1 и двух прямоугольных треугольников - 2 и 3.

Площадь прямоугольника: **S =** a· b = 6·6 =36

Площадь прямоугольного треугольника:

$S_2 = \frac{1}{2}$ a · b = 5· 6 :2 = 15

Площадь прямоугольного треугольника:

S_3 = 1·1 :2 = 0,5

Из площади полученного прямоугольника вычтем площади прямоугольных треугольников:

S_1 = 36-15-0,5=20,5. *Ответ 20,5.*

Формула Пика.

Формула Пика (или теорема Пика) – классический результат комбинаторной геометрии и геометрии чисел, согласно которому *площадь многоугольника с целочисленными вершинами равна:*

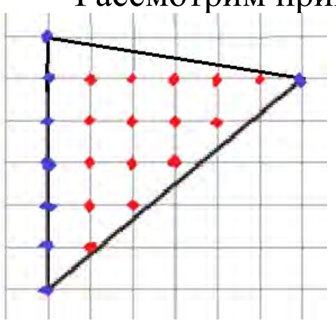
S = В + Г / 2 − 1,

где *В* - количество целочисленных точек внутри многоугольника,

Г - количество целочисленных точек на границе многоугольника.

Теорема(формула) Пика доказана Георгом Пиком в 1899 году.

Рассмотрим пример ее применения:



В =15, Г = 8

S = В + Г / 2 – 1 = 15 + 8:2 -1 = 18

Проверим методом вырезания:

S =36 – 1/2·5·6 – 1/2·1·6 = 18

Ответ 18.

Проверяем себя

Т73. Какие из следующих утверждений верны?

а) Площадь выпуклого четырехугольника равна произведению его диагоналей на синус острого угла между ними.

б) Площадь любого параллелограмма равна произведению длин его сторон.

в) Площадь параллелограмма равна произведению его смежных сторон на синус угла между ними.

г) Площадь квадрата равна квадрату его стороны.

Т74. Выберите верные утверждения.

1) Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту.

2) Площадь квадрата равна половине квадрата его диагонали.

3) Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников, то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников.

4) Все равносторонние треугольники имеют равные площади.

Т75. Какие из следующих утверждений верны?

1) Любой параллелограмм с прямыми углами является прямоугольником.

2) Площадь квадрата равна сумме двух его смежных сторон.

3) Площадь параллелограмма равна половине произведения его диагоналей на синус угла между ними.

4) Равные треугольники имеют равные площади.

Т76. Какие из следующих утверждений верны?

1) Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведѐнную к этой стороне.

2) Площадь прямоугольника равна половине произведения квадрата его диагонали на синус угла между диагоналями.

3) Площадь ромба равна произведению его диагоналей.

4) Площадь параллелограмма равна произведению длин его сторон.

Т77. Какие из следующих утверждений верны?

1) Существует ромб, который не является квадратом.

2) Площадь прямоугольника равна произведению длин его сторон.

3) Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведенную к этой стороне.

Т78. Какие из следующих утверждений верны?

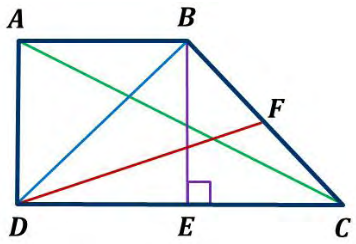
1) Площадь ромба равна произведению двух его смежных сторон на синус угла между ними.

2) Площадь квадрата равна половине квадрата его диагонали.

3) Сумма углов любого треугольника равна 180°.

4) Все квадраты имеют равные площади.

Т79. Вставьте пропущенное слово:



а) Перпендикуляр трапеции, проведенный из любой точки одного из оснований на другое основание или его продолжение, называется _______.

б) Высотой трапеции ABCD является отрезок _____.

в) Площадь трапеции равна произведению полусуммы ________ на высоту.

г) Площадь трапеции равна произведению средней линии на _________.

Т80. Выберите верное утверждение

1) Площадь трапеции равна ...

2) Произведению полусуммы длин ее оснований на высоту.

3) Произведению суммы длин ее оснований на высоту.

4) Половине произведения длины большего основания на высоту, проведенную к ней.

5) Произведению длин ее оснований.

Т81. Выберите верное утверждение

Чтобы разделить трапецию на две равновеликие части одной прямой, пересекающей основание нужно:

1) провести прямую через середины оснований;

2) провести диагональ;

3) опустить высоту из вершины одного основания на другое.

Т82. Какое из следующих утверждений верно?

1) В параллелограмме есть два равных угла.

2) Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его медианой.

3) Площадь прямоугольного треугольника равна произведению длин его катетов.

Т83. Какие из следующих утверждений верны?

1) Отрезки касательных, проведенные к окружности из одной точки, равны.

2) Длина любой хорды окружности не больше её радиуса.

3) Площадь треугольника равна произведению основания и проведенной к нему высоты.

Т84. Выберите верное утверждение:

1) Площадь параллелограмма равна произведению его диагоналей.

2) Медиана делит треугольник на два равновеликих треугольника.

3) Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.

Т85. Вставьте пропущенное слово:

а) Круг — это часть плоскости, ограниченная _______________.

б) Сектор — это часть круга, ограниченная двумя радиусами и _____.

в) Площадь круга равна произведению числа π на квадрат_______.

г) Площадь сегмента можно найти как разность площадей _____ круга и равнобедренного треугольника.

Т86. Выберите верное утверждение

Круговым сегментом называется…

1) Часть круга, ограниченная дугой окружности и хордой, соединяющей концы этой дуги.

2) Часть круга, ограниченная дугой и двумя радиусами, соединяющими концы дуги с центром круга.

3) Часть плоскости, ограниченная окружностью.

Т87. Выберите верное утверждение

Чтобы найти площадь круга нужно:

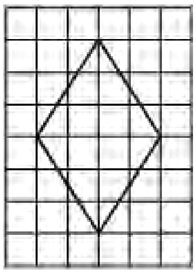
1) число π умножить на радиус.

2) число π умножить на квадрат диаметра и разделить на четыре.

3) число π разделить на квадрат диаметра.

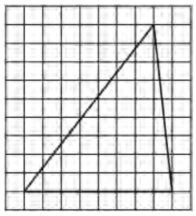
Т91. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите площадь этого ромба. Выберите верный ответ.

Варианты ответа: 1) 6; 2) 24; 3) 12



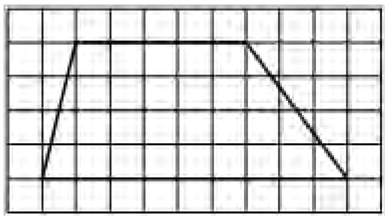
Т92. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь. Выберите верный ответ.

Варианты ответа: 1) 72; 2) 36; 3) 80.



Т93. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь. Выберите верный ответ.

Варианты ответа: 1) 14; 2) 7; 3) 28.



Т94. Какое из следующих утверждений верно?

1) Площадь прямоугольника равна произведению длин его смежных сторон.

2) Если диагонали выпуклого четырѐхугольника равны и перпендикулярны, то этот четырѐхугольник является квадратом.

3) Все прямоугольные треугольники подобны.

Т95. Какие из следующих утверждений верны?

1) В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен разности квадратов катетов.

2) Диагонали ромба перпендикулярны.

3) Любой квадрат является ромбом.

Т96. Какие из следующих утверждений верны?

1) В параллелограмме есть два равных угла.

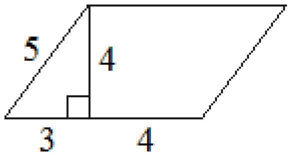
2) Площадь трапеции равна произведению основания трапеции на высоту**.**

3) Площадь треугольника меньше произведения двух его сторон.

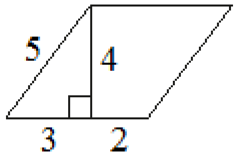
Решаем задачи

168. Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.

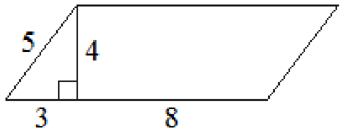
а)

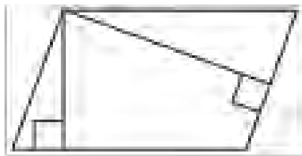


б)



в)





169. а) Площадь параллелограмма равна 40, а две его стороны равны 5 и 10. Найдите его высоты. В ответе укажите большую высоту.

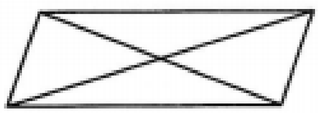
б) Площадь параллелограмма равна 36, а две его стороны равны 6 и 12. Найдите его высоты. В ответе укажите большую высоту.

в) Площадь параллелограмма равна 60, а две его стороны равны 4 и 20. Найдите его высоты. В ответе укажите большую высоту.

170. а) Стороны параллелограмма равны 3 и 13, а синус одного из углов параллелограмма равен 2/3. Найдите площадь параллелограмма.

б) Стороны параллелограмма равны 8 и 10, а синус одного из углов параллелограмма равен 0,05. Найдите площадь параллелограмма.

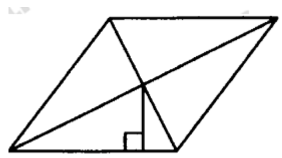
в) Стороны параллелограмма равны 12 и 5, а синус одного из углов параллелограмма равен 1/3. Найдите площадь параллелограмма.



171. а) Диагонали параллелограмма равны 7 и 24, а угол между ними равен 30^0. Найдите площадь параллелограмма.

б) Диагонали параллелограмма равны 10 и 26, а угол между ними равен 30^0. Найдите площадь параллелограмма.

2) Диагонали параллелограмма равны 12 и 17, а угол между ними равен 30^0. Найдите площадь параллелограмма.

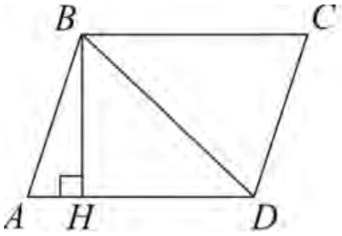


172. а) Сторона параллелограмма равна 7, а расстояние от точки пересечения диагоналей параллелограмма до нее равно 3. Найдите площадь параллелограмма.

б) Сторона параллелограмма равна 11, а расстояние от точки пересечения диагоналей параллелограмма до нее равно 4. Найдите площадь параллелограмма.

в) Сторона параллелограмма равна 8, а расстояние от точки пересечения диагоналей параллелограмма до нее равно 3,5. Найдите площадь параллелограмма.

173. а) Высота BH параллелограмма ABCD делит его сторону AD на отрезки AH = 2 и HD = 6. Диагональ параллелограмма BD равна 10. Найдите площадь параллелограмма.



б) Высота BH параллелограмма ABCD делит его сторону AD на отрезки AH = 2 и HD = 5. Диагональ параллелограмма BD равна 13. Найдите площадь параллелограмма.

в) Высота BH параллелограмма ABCD делит его сторону AD на отрезки AH = 7 и HD = 15. Диагональ параллелограмма BD равна 25. Найдите площадь параллелограмма.

174. а) Одна из сторон параллелограмма равна 12, другая равна 5, а один из углов равен 60°. Найдите площадь параллелограмма, деленную на $\sqrt{3}$.

б) Одна из сторон параллелограмма равна 13, другая равна 24, а один из углов равен 45^0. Найдите площадь параллелограмма, деленную на $\sqrt{2}$.

в) Одна из сторон параллелограмма равна 30, другая равна 9, а один из углов равен 45^0. Найдите площадь параллелограмма, деленную на $\sqrt{2}$.

175. а) Периметр квадрата равен 20. Найдите площадь квадрата.

б) Периметр квадрата равен 28. Найдите площадь квадрата.

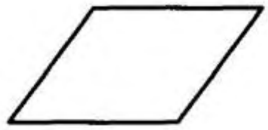
в) Периметр квадрата равен 84. Найдите площадь квадрата.

176. а) Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 3.

б) Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 40.

в) Найдите площадь квадрата, если его диагональ равна 5.

177. а) Периметр ромба равен 24, а один из углов равен 30°. Найдите площадь ромба.



б) Периметр ромба равен 36, а один из углов равен 30°. Найдите площадь ромба.

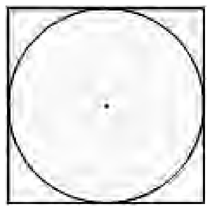
в) Периметр ромба равен 56, а один из углов равен 30°. Найдите площадь ромба.

178. а) Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 12 и 7.

б) Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 18 и 9.

в) Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 5 и 11.

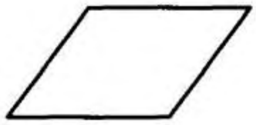
179. а) Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 3.



б) Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 7.

в) Найдите площадь квадрата, описанного вокруг окружности радиуса 8.

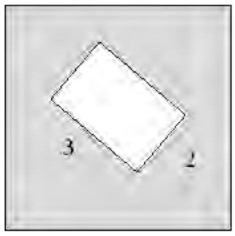
180. а) Площадь ромба равна 60, а периметр равен 40. Найдите высоту ромба.



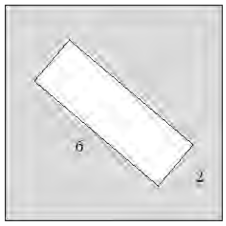
б) Площадь ромба равна 72, а периметр равен 72. Найдите высоту ромба.

в) Площадь ромба равна 54, а периметр равен 36. Найдите высоту ромба.

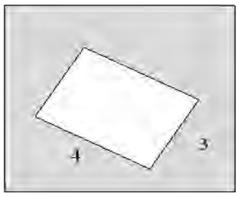
181. а) Из квадрата со стороной 6 вырезали прямоугольник. Найдите площадь получившейся фигуры, если стороны прямоугольника равны 2 и 3.



б) Из квадрата со стороной 8 вырезали прямоугольник. Найдите площадь получившейся фигуры, если стороны прямоугольника равны 6 и 2



в) Из квадрата со стороной 7 вырезали прямоугольник. Найдите площадь получившейся фигуры, если стороны прямоугольника равны 4 и 3.

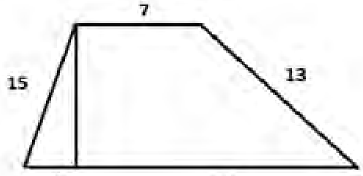


183. а) Основания трапеции равны 18 и 12, одна из боковых сторон равна $4\sqrt{2}$, а угол между ней и одним из оснований равен 135°. Найдите площадь трапеции.

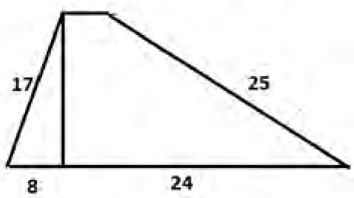
б) Основания трапеции равны 1 и 13, одна из боковых сторон равна $15\sqrt{2}$, а угол между ней и одним из оснований равен 135°. Найдите площадь трапеции.

в) Основания трапеции равны 18 и 10, одна из боковых сторон равна $4\sqrt{3}$, а угол между ней и одним из оснований равен 120°. Найдите площадь трапеции.

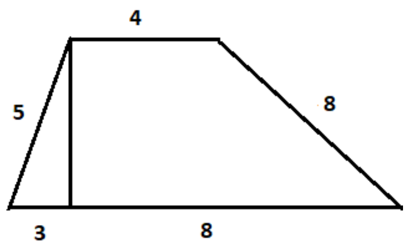
184. а) Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



б) Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



в) Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



185. а) Основания трапеции равны 9 и 54, одна из боковых сторон равна 27, а косинус угла между ней и большим основанием равен $\frac{\sqrt{65}}{9}$. Найдите площадь трапеции.

б) Основания трапеции равны 18 и 12, одна из боковых сторон равна 6, а косинус угла между ней и большим основанием равен $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. Найдите площадь трапеции.

в) Основания трапеции равны 7 и 49, одна из боковых сторон равна 18 , а косинус угла между ней и большим основанием равен $\frac{2\sqrt{10}}{7}$ Найдите площадь трапеции.

186. а) Основания трапеции равны 18 и 12, одна из боковых сторон равна 6, а синус угла между ней и большим основанием равен $\frac{1}{3}$. Найдите площадь трапеции.

б) Основания трапеции равны 18 и 12, одна из боковых сторон равна 6, а синус угла между ней и большим основанием равен $\frac{1}{6}$. Найдите площадь трапеции.

в) Основания трапеции равны 9 и 72, одна из боковых сторон равна 30, а синус угла между ней и большим основанием равен $\frac{5}{9}$. Найдите площадь трапеции.

187. а) Основания трапеции равны 18 и 12, одна из боковых сторон равна 6, а тангенс угла между ней и большим основанием равен $\frac{\sqrt{2}}{4}$. Найдите площадь трапеции.

б) Основания трапеции равны 2 и 16, одна из боковых сторон равна 6, а тангенс угла между ней и большим основанием равен $\frac{\sqrt{3}}{3}$. Найдите площадь трапеции.

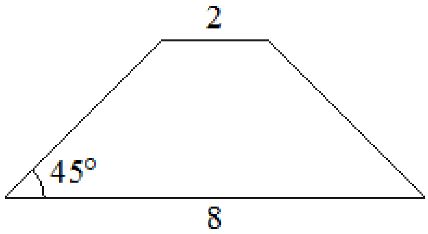
в) Основания трапеции равны 9 и 45, одна из боковых сторон равна 25, а тангенс угла между ней и большим основанием равен $\frac{2\sqrt{77}}{77}$. Найдите площадь трапеции.

188. а) Основания равнобедренной трапеции равны 5 и 17, а ее боковые стороны равны 10. Найдите площадь трапеции.

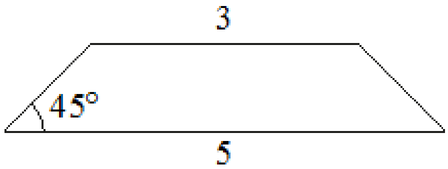
б) Основания равнобедренной трапеции равны 50 и 104, боковая сторона 45. Найдите площадь трапеции.

в) Основания равнобедренной трапеции равны 15 и 25, а её боковые стороны равны 13. Найдите площадь трапеции.

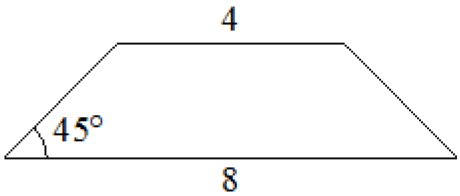
189. а) В равнобедренной трапеции основания равны 2 и 8, а один из углов между боковой стороной и основанием равен $45°$. Найдите площадь этой трапеции.



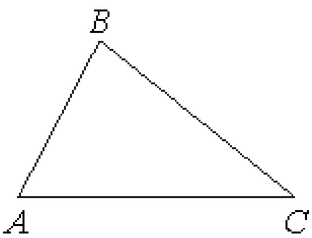
б) В равнобедренной трапеции основания равны 3 и 5, а один из углов между боковой стороной и основанием равен $45°$. Найдите площадь этой трапеции.



в) В равнобедренной трапеции основания равны 4 и 8, а один из углов между боковой стороной и основанием равен $45°$. Найдите площадь этой трапеции.



190. а) В треугольнике ABC известно, что AB=6, BC=10, $\sin\angle ABC = \frac{1}{3}$. Найдите площадь треугольника ABC.

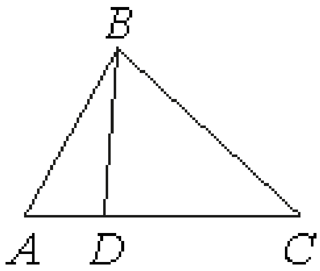


б) В треугольнике ABC известно, что AB=14, BC=5, $\sin\angle ABC = \frac{6}{7}$. Найдите площадь треугольника ABC.

в) В треугольнике ABC известно, что AB=16, BC=25, $\sin\angle ABC = \frac{3}{10}$.

Найдите площадь треугольника ABC.

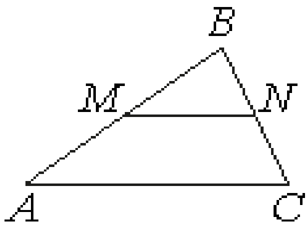
191. а) На стороне AC треугольника ABC отмечена точка D так, что AD=6, DC=10. Площадь треугольника ABC равна 48. Найдите площадь треугольника ABD.



б) На стороне AC треугольника ABC отмечена точка D так, что AD=4, DC=7. Площадь треугольника ABC равна 55. Найдите площадь треугольника ABD.

в) На стороне AC треугольника ABC отмечена точка D так, то AD=2, DC=13. Площадь треугольника ABC равна 75. Найдите площадь треугольника ABD.

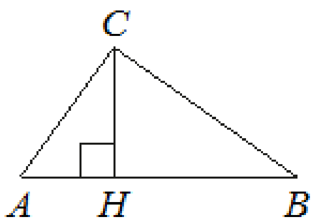
192. а) Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно, AC=21, MN=14. Площадь треугольника ABC равна 27. Найдите площадь треугольника MBN.



б) Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно, AC=27, MN=18. Площадь треугольника ABC равна 63. Найдите площадь треугольника MBN.

в) Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно, AC=36, MN=27. Площадь треугольника ABC равна 96. Найдите площадь треугольника MBN.

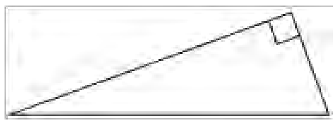
193. а). На гипотенузу AB прямоугольного треугольника ABC опущена высота CH, AH=2, BH=18. Найдите площадь треугольника.



б). На гипотенузу AB прямоугольного треугольника ABC опущена высота CH, AH=4, BH=16. Найдите площадь треугольника.

в). На гипотенузу AB прямоугольного треугольника ABC опущена высота CH, AH=7, BH=28. Найдите площадь треугольника.

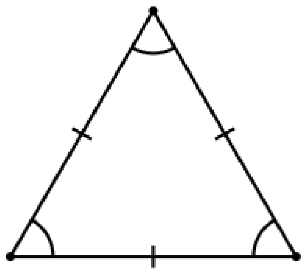
194.а) Катеты прямоугольного треугольника равны 10 и 24. Найдите площадь треугольника.



б) Катеты прямоугольного треугольника равны 20 и 15. Найдите площадь треугольника.

в) Катеты прямоугольного треугольника равны 12 и 5. Найдите площадь треугольника.

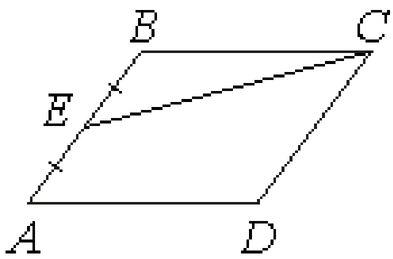
195. а) Сторона равностороннего треугольника равна $14\sqrt{3}$. Найдите площадь треугольника, деленную на $\sqrt{3}$.



б) Сторона равностороннего треугольника равна $12\sqrt{3}$. Найдите площадь треугольника, деленную на $\sqrt{3}$.

в) Сторона равностороннего треугольника равна $10\sqrt{3}$ Найдите площадь треугольника, деленную на $\sqrt{3}$.

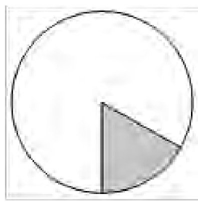
196. а) Площадь параллелограмма ABCD равна 68. Точка E — середина стороны AB. Найдите площадь треугольника CBE.



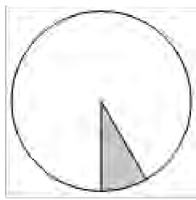
б) Площадь параллелограмма ABCD равна 84. Точка E — середина стороны AB. Найдите площадь треугольника CBE.

в) Площадь параллелограмма ABCD равна 148. Точка E — середина стороны AB. Найдите площадь треугольника CBE.

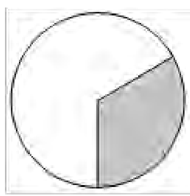
197. а) Площадь круга равна 90. Найдите площадь сектора этого круга, центральный угол которого равен 60°.



б) Площадь круга равна 120. Найдите площадь сектора этого круга, центральный угол которого равен 30°.



в) Площадь круга равна 123. Найдите площадь сектора этого круга, центральный угол которого равен 120°.



198. а) Найдите площадь круга, если радиус равен 5. $(\pi \approx 3)$.

б) Найдите площадь круга, если радиус равен 8. $(\pi \approx 3)$.

в) Найдите площадь круга, если радиус равен 12. $(\pi \approx 3)$.

199. а) Найдите площадь кругового сектора, если радиус круга равен 3, а угол сектора равен 120°. В ответе укажите площадь, *деленную на* π.

б) Найдите площадь кругового сектора, если радиус круга равен 4, а угол сектора равен 90^0. В ответе укажите площадь, *деленную на* π.

в) Найдите площадь кругового сектора, если радиус круга равен 3,6, а угол сектора равен 300^0. В ответе укажите площадь, *деленную на* π.

200. а) Найдите площадь кругового сектора, если длина ограничивающей его дуги равна 6π, а угол сектора равен 120°. В ответе укажите площадь, *деленную на* π.

б) Найдите площадь кругового сектора, если длина ограничивающей его дуги равна 3π, а угол сектора равен 240^0 . В ответе укажите площадь, *деленную на* π.

в) Найдите площадь кругового сектора, если длина ограничивающей его дуги равна 5π, а угол сектора равен 36^0 . В ответе укажите площадь, *деленную на* π.

201. а) Площадь сектора составляет 3/8 площади круга. Найдите центральный угол, соответствующий данному сектору.

б) Площадь сектора составляет 9/20 площади круга. Найдите центральный угол, соответствующий данному сектору.

в) Площадь сектора составляет 8/15 площади круга. Найдите центральный угол, соответствующий данному сектору.

202. а) Найдите площадь кругового сегмента, если радиус круга равен 10, а градусная мера дуги сегмента равна 150^0. ($\pi \approx 3$).

б) Найдите площадь кругового сегмента, если радиус круга равен 4, а градусная мера дуги сегмента равна 150^0. ($\pi \approx 3$).

в) Найдите площадь кругового сегмента, если радиус круга равен 6, а градусная мера дуги сегмента равна 150^0. ($\pi \approx 3$).

203. а) Найдите радиус круга, если площадь сектора этого круга равна $7{,}5\pi$, а центральный угол, соответствующий этому сектору, равен 108^0.

б) Найдите радиус круга, если площадь сектора этого круга равна 45π, а центральный угол, соответствующий этому сектору, равен 72^0.

в) Найдите радиус круга, если площадь сектора этого круга равна 60π, а центральный угол, соответствующий этому сектору, равен 54^0.

Итоговая проверочная работа.

Тренировочный вариант.

Т88. Какое из следующих утверждений верно?

1) Все равнобедренные треугольники подобны.

2) Существует прямоугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны.

3) Сумма углов прямоугольного треугольника равна 90 градусам.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Т89. Какие из следующих утверждений верны?

1) Сумма углов равнобедренного треугольника равна 180 градусам.

2) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, параллельную этой прямой.

3) В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен разности квадратов катетов.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Т90. Какое из следующих утверждений верно?

1) Диагональ трапеции делит её на два равных треугольника.

2) Косинус острого угла прямоугольного треугольника равен отношению гипотенузы к прилежащему к этому углу катету.

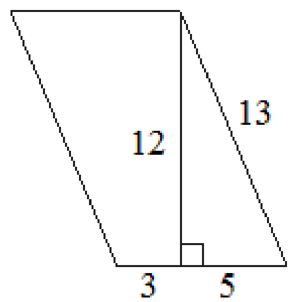
3) Расстояние от точки, лежащей на окружности, до центра окружности равно радиусу.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

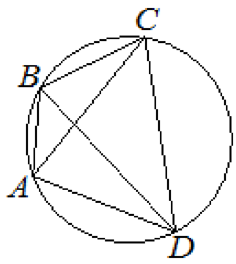
<u>Решаем задачи.</u>

204. Биссектрисы $\angle B$ и $\angle C$ треугольника ABC пересекаются в точке N. Найдите $\angle BAC$, если $\angle BNC = 140^0$.

205. Найдите площадь фигуры, изображенной на рисунке.



206. Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABC равен 138, угол CAD равен 83. Найдите угол ABD. Ответ дайте в градусах.



207. В параллелограмме ABCD стороны равны AB = 3 и BC = 8. Биссектриса ∠ABC пересекает сторону AD в точке K. Найдите DK.

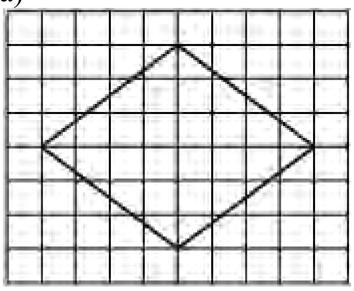
208. Радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, равен $2\sqrt{3}$. Найдите длину стороны этого треугольника.

209. Дан прямоугольный треугольник ABC, угол C прямой. Известно, что AB =18, BC = 9. Найдите *sinA*.

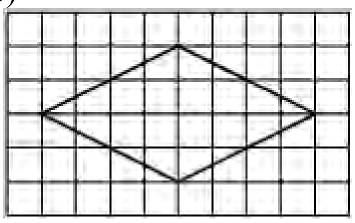
210. Касательные AB и AC касаются окружности с центром в точке O и радиусом, равным 3 см в точках B и C соответственно так, что AO=6 см. Найдите

211.На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите площадь этого ромба.

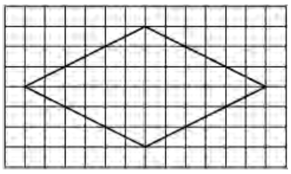
а)



б)

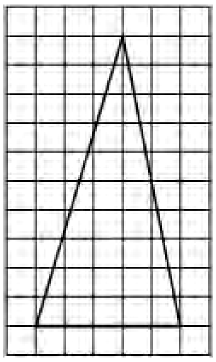


в)

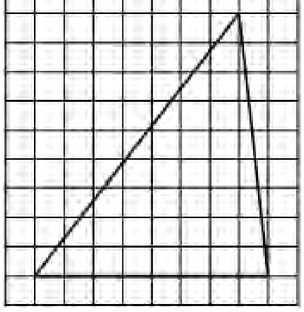


212.На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите площадь этого треугольника.

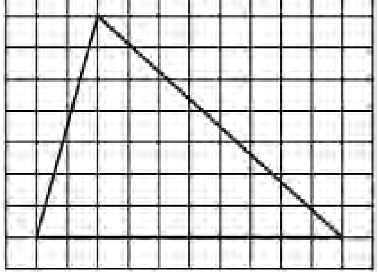
а) .



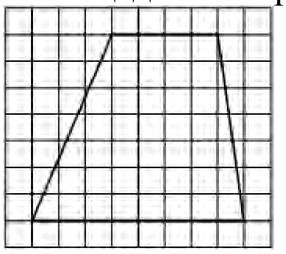
б)

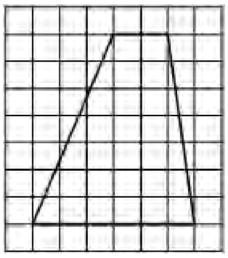


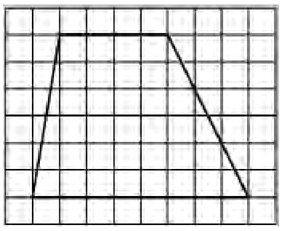
в)



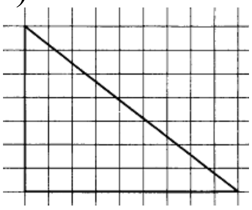
213. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите площадь этой трапеции.

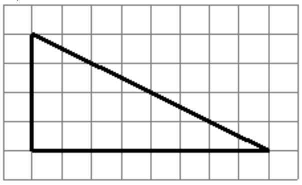
а) 

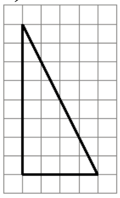
б) 

в) 

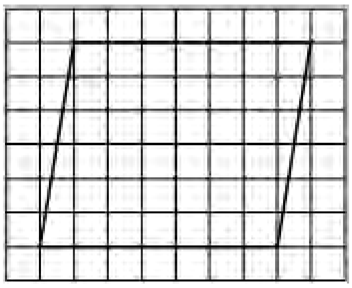
214. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите площадь этого треугольника.

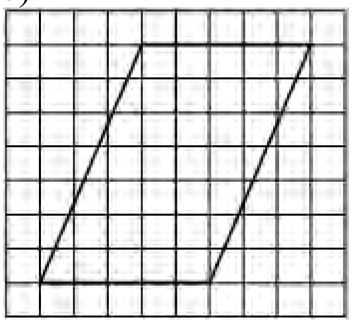
а) 

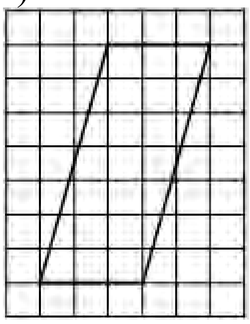
б) 

в) 

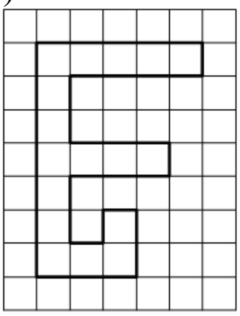
215. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найдите площадь этого параллелограмма.

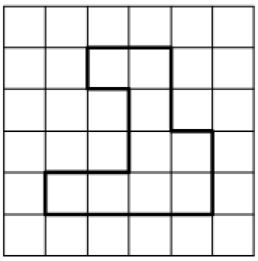
а) 

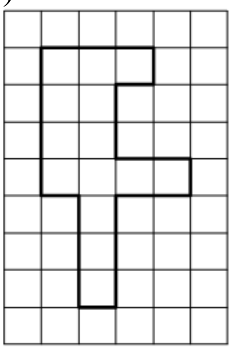
б) 

в) 

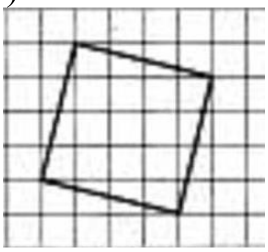
216. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена фигура. Найдите её площадь.

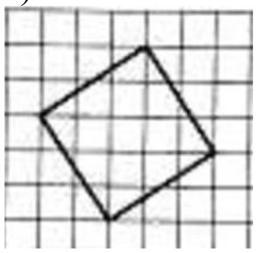
а) 

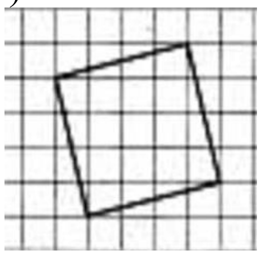
б) 

в) 

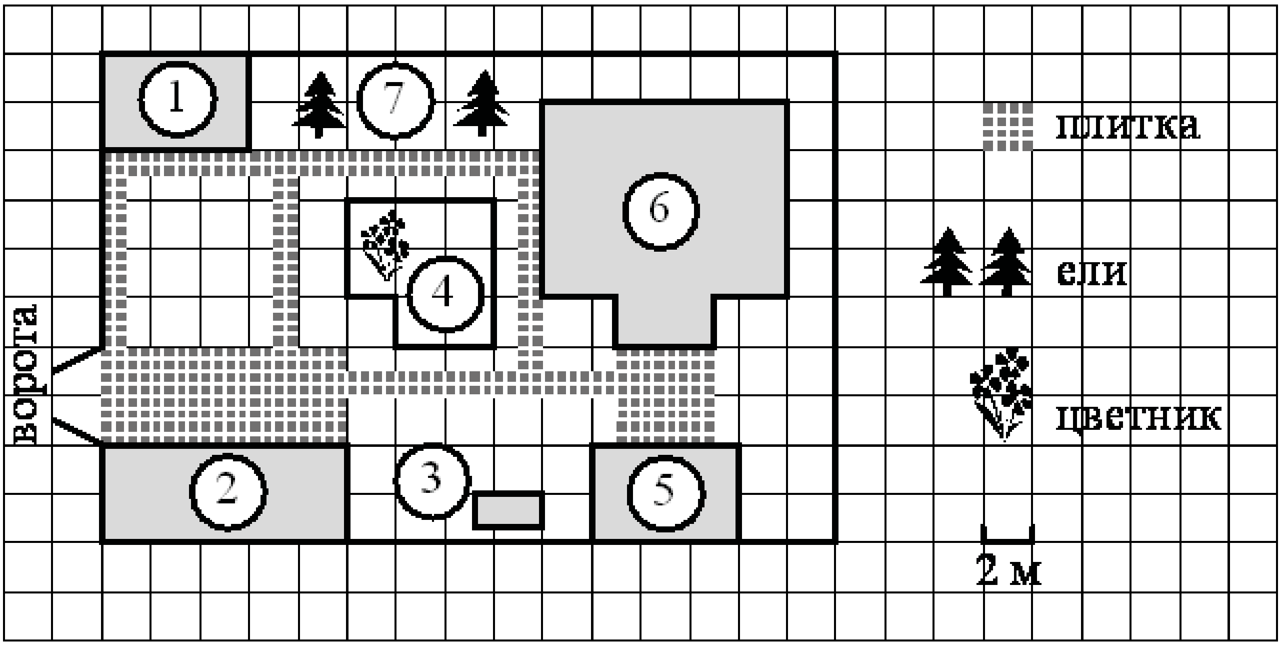
217. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена фигура. Найдите её площадь.

а) 

б) 

в) 

218.



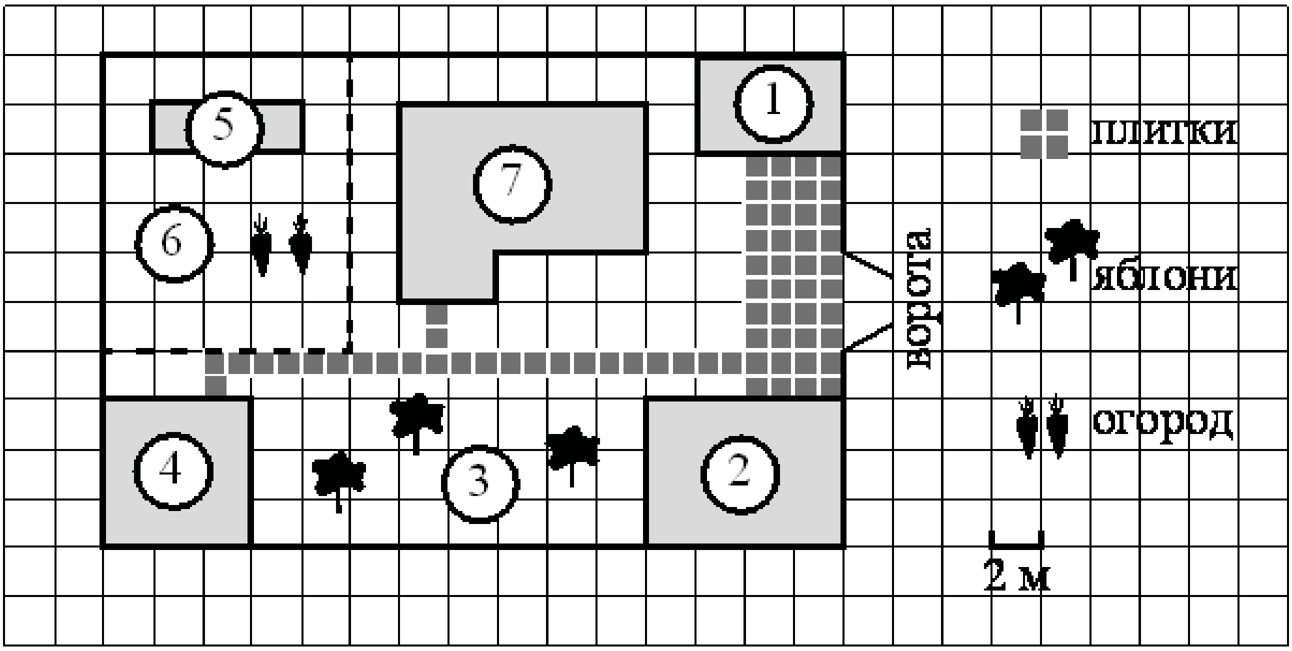
На плане изображено домохозяйство по адресу: СНТ «Прибор», 2-я Линия, д. 26 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота. При входе на участок справа от ворот находится гараж, а слева в углу участка расположен сарай, отмеченный на плане цифрой 1. Площадь, занятая сараем, равна 24 кв. м. Жилой дом находится в глубине территории и обозначен на плане цифрой 6. Помимо гаража, жилого дома и сарая, на участке имеется летняя беседка, расположенная напротив входа в дом, и мангал рядом с ней. На участке также растут ели. В центре участка расположен цветник. Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 50 см×50 см. Перед гаражом и между домом и беседкой имеются площадки площадью 40 и 16 кв. м соответственно, вымощенные такой же плиткой. К домохозяйству подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение.

а) Найдите площадь, которую занимает цветник. Ответ дайте в квадратных метрах.

б) Найдите площадь, которую занимает жилой дом. Ответ дайте в квадратных метрах.

в) Тротуарная плитка продаётся в упаковках, рассчитанных на 3,5 кв. м. Сколько упаковок такой плитки понадобилось, чтобы выложить все дорожки и обе площадки?

219.



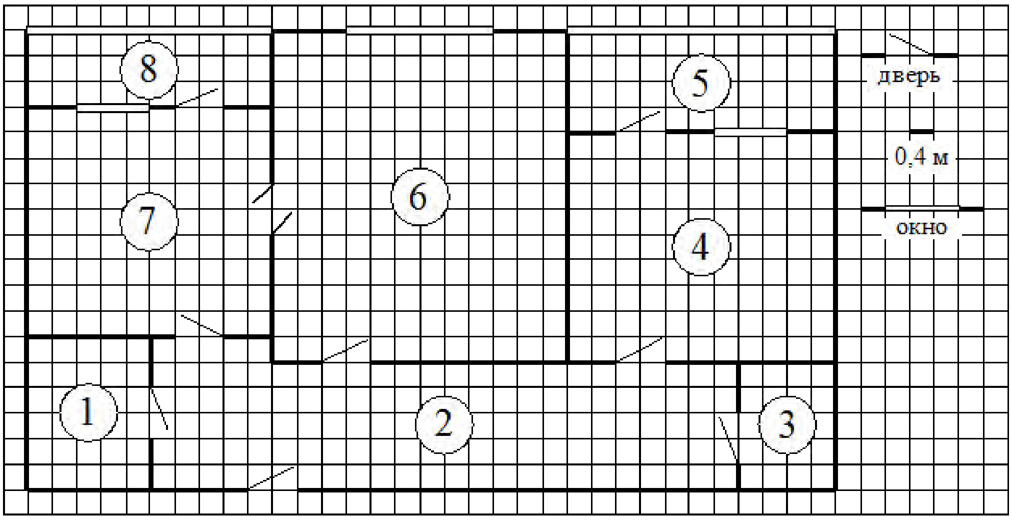
На плане изображён дачный участок по адресу: п. Сосновка, ул. Зелёная, д. 19 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота. При входе на участок слева от ворот находится гараж. Справа от ворот находится сарай площадью 24 кв. м, а чуть подальше — жилой дом. Напротив жилого дома расположены яблоневые посадки. Также на участке есть баня, к которой ведёт дорожка, выложенная плиткой, и огород с теплицей внутри (огород отмечен на плане цифрой 6). Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м×1 м. Между гаражом и сараем находится площадка, вымощенная такой же плиткой. К участку подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение.

а) Найдите площадь, которую занимает гараж. Ответ дайте в квадратных метрах.

б) Найдите площадь открытого грунта огорода (вне теплицы). Ответ дайте в квадратных метрах.

в) На сколько процентов площадь, которую занимает гараж, больше площади, которую занимает теплица?

220.



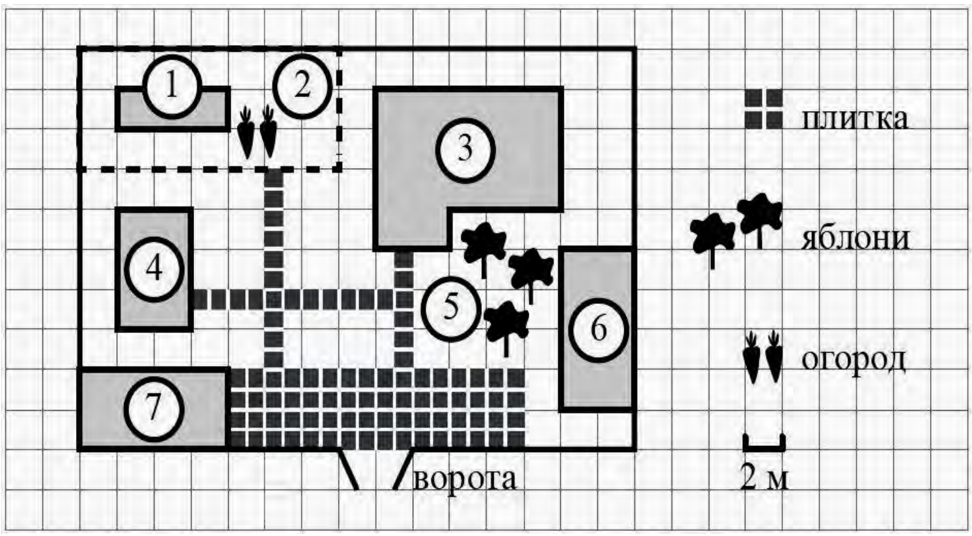
На рисунке изображён план двухкомнатной квартиры в многоэтажном жилом доме. Сторона одной клетки на плане соответствует 0,4 м, а условные обозначения двери и окна приведены в правой части рисунка. Вход в квартиру находится в коридоре. Слева от входа в квартиру находится санузел, а в противоположном конце коридора – дверь в кладовую. Рядом с кладовой находится спальня, из которой можно пройти на одну из застеклённых лоджий. Самое большое по площади помещение – гостиная, откуда можно попасть в коридор и на кухню. Из кухни также можно попасть на застеклённую лоджию.

а) Найдите площадь гостиной. Ответ дайте в квадратных метрах.

б) На сколько процентов площадь коридора больше площади кухни?

в) Паркетная доска размером 20 см на 80 см продаётся в упаковках по 12 штук. Сколько упаковок паркетной доски понадобилось, чтобы выложить пол в спальне?

221.



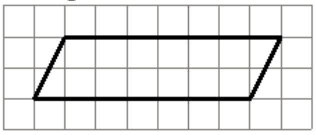
На плане изображено домохозяйство по адресу: с. Авдеево,3-й Поперечный пер., д. 13 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота. При входе на участок справа от ворот находится баня, а слева – гараж, отмеченный на плане цифрой 7. Площадь, занятая гаражом, равна 32 кв. м. Жилой дом находится в глубине территории. Помимо гаража, жилого дома и бани, на участке имеется сарай (подсобное помещение), расположенный рядом с гаражом, и теплица, построенная на территории огорода (огород отмечен цифрой 2). Хозяин дачного участка построил баню с парным отделением. Парное отделение имеет размеры: длина 3,5 м, ширина 2,2 м, высота 2 м. Окон в парном отделении нет, для доступа внутрь есть дверь шириной 60 см, высота дверного проёма 1,8 м. Для прогрева можно использовать электрическую или дровяную печь.

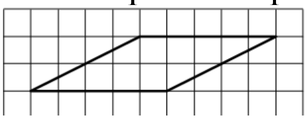
а) Найдите суммарную площадь стен парного отделения бани (без площади двери). Ответ дайте в квадратных метрах.

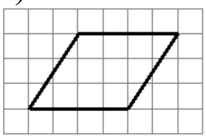
б) Найдите площадь потолка парного отделения бани. Ответ дайте в квадратных метрах.

в) Найдите площадь пола всей бани. Ответ дайте в квадратных метрах. *О*

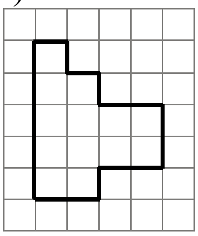
222. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён параллелограмм. Найдите площадь этого параллелограмма.

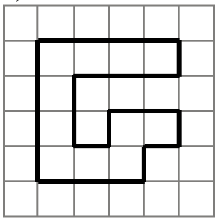
а)


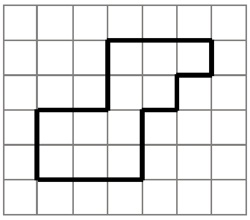
б)


в)


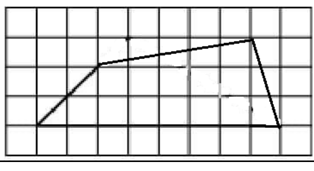
223. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена фигура. Найдите её площадь.

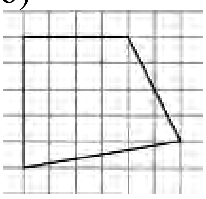
а)


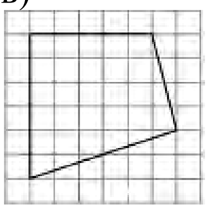
б)


в)


224. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена фигура. Найдите её площадь.

а)


б)


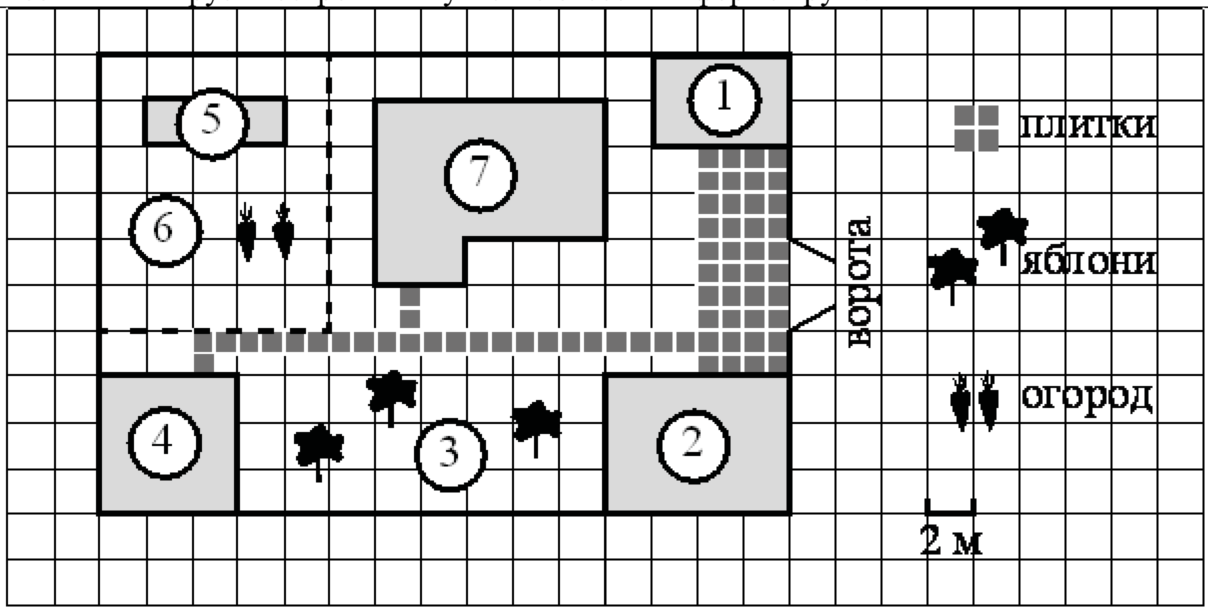
в)


Практическая работа по теме: «Площади фигур».

На занятии предполагается проведение практической работы по двум вариантам с делением класса на группы, пары с последующим обсуждением ответов. Возможно проведение работы по одному варианту по желанию учителя. В работе содержатся 3 теоретических вопроса и 7 заданий базового уровня сложности по типу предлагаемых в ОГЭ по математике.

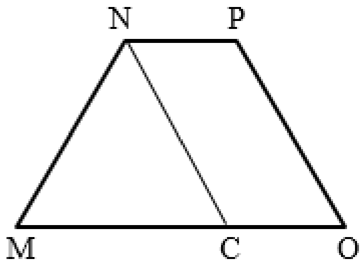
<table>
<tr><th>Вариант1</th><th>Вариант 2</th></tr>
<tr><td>1.Какие утверждения верны:</td><td>1. Какое утверждение верно:</td></tr>
<tr><td>1) Площадь треугольника меньше произведения двух его сторон.
2) Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.
3) Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны</td><td>1) Все диаметры окружности равны между собой.
2) Диагональ трапеции делит её на два равных треугольника.
3) Площадь любого параллелограмма равна произведению длин его сторон.</td></tr>
<tr><td>2. Какое утверждение верно:</td><td>2. Какое утверждение верно:</td></tr>
<tr><td>1) Все квадраты имеют равные площади.
2) Основания равнобедренной трапеции равны.
3)Через любую точку, лежащую вне окружности, можно провести две касательные к этой окружности.</td><td>1) Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм является квадратом.
2) Сумма углов равнобедренного треугольника равна 180 градусам.
3) Площадь трапеции равна произведению основания трапеции на высоту.</td></tr>
<tr><td>3. Какие утверждения верны:</td><td>3. Какие утверждения верны:</td></tr>
<tr><td>1) Расстояние от точки, лежащей на окружности, до центра окружности равно радиусу.
2) Площадь трапеции равна произведению основания трапеции на высоту.
3) Треугольника со сторонами 1, 2, 4 не существует.</td><td>1) Площадь ромба равна произведению его стороны на высоту, проведённую к этой стороне.
2) Две окружности пересекаются, если радиус одной окружности больше радиуса другой окружности.
3) Существует прямоугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Внимательно рассмотрите рисунок и выполните задания</td></tr>
<tr><td colspan="2">На рисунке представлен план садового участка. На плане объекты обозначены следующими цифрами: сарай - 1, гараж - 2, яблоневые посадки -3, баня - 4, теплица - 5, огород - 6, жилой дом - 7.
Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м×1 м. Между гаражом и сараем находится площадка, вымощенная такой же плиткой.</td></tr>
</table>

Хозяин планирует построить на участке бассейн в форме круга.



4.Плитки для садовых дорожек продаются в упаковках по 10 штук. Сколько упаковок плиток понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку между сараем и гаражом?	**4**.Плитки для садовых дорожек продаются в упаковках по 8 штук. Сколько упаковок плиток понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку между сараем и гаражом?
5.Найдите расстояние от жилого дома до гаража (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой) в метрах.	5.Найдите расстояние от жилого дома до сарая (расстояние между двумя ближайшими точками по прямой) в метрах.
6.Найдите площадь, которую занимает гараж. Ответ дайте в квадратных метрах.	**6.**Найдите площадь, которую занимает баня. Ответ дайте в квадратных метрах.
7.Найдите площадь открытого грунта огорода (вне теплицы). Ответ дайте в квадратных метрах.	**7**.Найдите площадь, которую занимает жилой дом. Ответ дайте в квадратных метрах.
8.Сколько процентов от площади всего участка занимают строения (жилой дом, гараж, сарай, баня)? Ответ округлите до целого.	**8**.Сколько процентов от площади всего участка занимает плитка (дорожки и площадка)? Ответ округлите до целого.
9. Предполагаемая площадь дна кругового бассейна равна 90. Найдите площадь сектора этого круга, центральный угол которого равен 60°.	**9**. Предполагаемая площадь дна кругового бассейна равна 120. Найдите площадь сектора этого круга, центральный угол которого равен 30°.
10. Дан круговой бассейн. Известно, что длина ограничивающей его окружности равна 72π. Найдите площадь дна бассейна. В ответ запишите площадь, *деленную на* π.	**10.** Дан круговой бассейн. Известно, что длина ограничивающей его окружности равна 6π. Найдите площадь дна бассейна. В ответ запишите площадь, *деленную на* π.

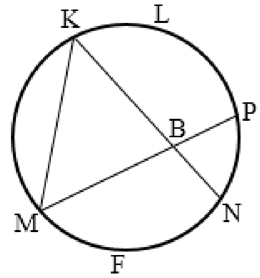
Задачи с развернутым ответом



1. В трапеции MNPO биссектриса NC угла MNP параллельна стороне PO. Найдите $\angle P$, если $\angle MNC = 53^0$. Ответ дайте в градусах.

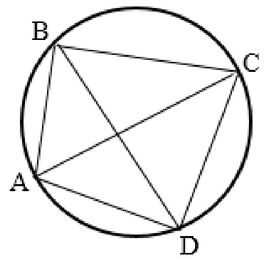
2. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC на сторонах AB и BC отмечены соответственно точки D и M так, что BD = BM. O – точка пересечения отрезков CD и AM. Докажите, что треугольник AOC – равнобедренный.

3. Центральный угол на 47^0 больше острого вписанного угла, опирающегося на ту же дугу окружности. Найдите вписанный угол. Ответ дайте в градусах.



4. Хорды MP и KN пересекаются в точке B. Известно, что $\smile KLP = 150^0$, $\smile MFN = 120^0$ Найдите угол KBP. Ответ дайте в градусах.

5. Точки A, B, C, D лежат на окружности. Угол ABD равен 38^0, угол CAD равен 54^0. Найдите угол ADC.



6. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и медианой, проведенными из вершины прямого угла равен 18^0. Найдите больший острый угол данного треугольника. Ответ дайте в градусах.

7. Сумма двух углов треугольника и внешнего угла к третьему равна 156^0. Найдите этот третий угол. Ответ дайте в градусах.

8. В остроугольном треугольнике DEF EH – высота, DM – биссектриса, O – точка пересечения прямых EH и DM, угол EDF равен 28^0. Найдите угол DOE. Ответ дайте в градусах.

9. Найдите острый угол прямоугольной трапеции, основания которой равны 18 и 9 и меньшая сторона равна 9. Ответ дайте в градусах.

10. Найдите основание равнобедренного треугольника, если его высоты равны 3, 3 и 6.

11. Биссектриса угла C равнобедренного треугольника ABC пересекает боковую сторону AB в точке D. Площади треугольников ACD и BCD равны соответственно 4 и 2,5. Найдите длину основания AC треугольника ABC.

12. В треугольнике ABC известно, что AB = BC, AC = 10. Из середины D стороны AB проведен перпендикуляр DE к стороне AB до пересечения со стороной BC в точке E. Периметр треугольника ABC равен 40. Найдите периметр треугольника AEC.

13. Из середины гипотенузы восстановлен перпендикуляр до пересечения с катетом, и полученная точка соединена с концом другого катета отрезком, который делит угол треугольника в отношении 2:5 (меньшая часть – при гипотенузе). Найдите этот угол.

14. На сторонах угла ABC отмечены точки M и K так, что углы BMC и BKA равны, BM=BK, BA=15см, BK=8см, MC=9см. Найдите периметр треугольника COK, где O-точка пересечения отрезков AK и CM.

15. ABC и DKE- равнобедренные треугольники с основаниями AC и DE, точки M и N- середины равных сторон BC и KE. AM=DN, AC:AB=4:5, а периметр треугольника DKE равен 28 см. Найдите стороны треугольника ABC.

16. Биссектриса, проведенная из вершины равнобедренного треугольника, равна 5. Периметр одного из образованных треугольников равен 30. Найдите периметр данного равнобедренного треугольника.

17. Докажите, что если середина высоты треугольника равноудалена от концов стороны, к которой она проведена, то треугольник равнобедренный.

18. В трапеции ABCD боковые сторон AB и CD равны, CH – высота, проведенная к большему основанию AD. Найдите длину отрезка HD, если средняя линия KM трапеции равна 16, а меньшее основание BC равно 4.

19. Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 19, а одна из диагоналей ромба 76. Найдите все углы ромба.

20. В равнобедренной трапеции диагональ, равная 4 см, составляет с основанием угол в 60°. Найдите среднюю линию трапеции.

21. В трапеции ABCD угол при вершине A прямой, а угол при вершине D равен 30°. Окружность, центр которой лежит на стороне AD, касается прямых AB, BC, CD. Найдите радиус окружности, если средняя линия трапеции равна $6-\sqrt{3}$.

22. Окружность радиуса 12 см касается внешним образом второй окружности в точке C. Прямая, проходящая через точку C, пересекает первую окружность в точке A, а вторую окружность – в точке B. Найдите радиус второй окружности, если AC=6 см, BC=7 см.

23. Расстояние между центрами двух пересекающихся окружностей равно 44 см. Радиусы окружностей равны 17 см и 39 см. Найдите длину общей хорды окружностей.

24. Из одной точки проведены к окружности касательная и секущая. Секущая равна 10 см, а её внутренний отрезок больше внешнего на длину касательной. Найдите длину касательной.

25. Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если диаметр окружности равен 15, а AB=4.

26. Расстояние от точки пересечения биссектрис равнобедренного треугольника до его основания равно 3 см, а до вершины, противолежащей этому основанию, 5 см. Найдите основание треугольника.

27. В равнобедренный треугольник ABC с основанием AC вписана окружность. Она касается стороны BC в точке D. Найдите радиус этой окружности, если BD=2 и CD=3.

28. В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 10 см. а биссектриса, проведенная к основанию, - 8 см. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

29. В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведенную из вершины B, в отношении 5:4, считая от точки B. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC, если BC=18.

30. Во сколько раз нужно уменьшить сторону квадрата, площадь которого равна 54,08 дм^2, чтобы в него можно было вписать окружность радиусом $2\sqrt{2}$ дм?

31. В ромб вписана окружность. Точка касания делит сторону ромба на отрезки, равные 9 см и 4 см. Найдите диаметр окружности.

32. Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 60, средняя линия равна 25. Найдите длину боковой стороны трапеции.

33. Периметр правильного шестиугольника равен 108. Найдите диаметр описанной окружности.

34. Биссектрисы углов A и B при боковой стороне AB трапеции ABCD пересекаются в точке F. Найдите AB, если AF = 24, BF = 10.

35. Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если диаметр окружности равен 16, а AB=15.

36. В треугольнике ABC угол C равен 90°, AC = 4,8, $\sin A = \frac{7}{25}$. Найдите AB.

37. В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH – высота, BH = 12, $\sin A = \frac{2}{3}$. Найдите AB.

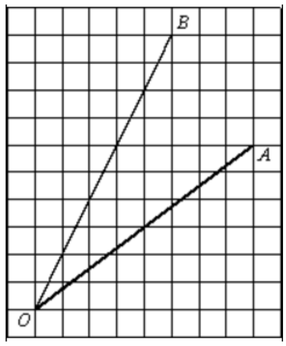
38. Найдите боковую сторону AB трапеции ABCD, если углы ABC и BCD равны соответственно 60°и 135°, а CD=36.

39. Найдите боковую сторону AB трапеции ABCD, если углы ABC и BCD

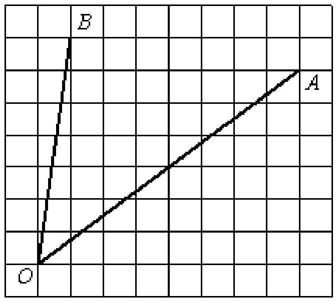
40. равны соответственно 30° и 135°, а CD=29.

41. Найдите боковую сторону AB трапеции ABCD, если углы ABC и BCD равны соответственно 60° и 150°, а CD=33.

42. Найти тангенс угла АОВ



43. Найти тангенс угла АОВ:



44. Площадь параллелограмма *ABCD* равна 180. Точка *E* — середина стороны *AB*. Найдите площадь трапеции *BCDE*.

45. Площадь параллелограмма *ABCD* равна 32. Точка *E* — середина стороны *AB*. Найдите площадь трапеции *BCDE*.

46. Прямая, проходящая через вершину В прямоугольника ABCD перпендикулярно диагонали AC, пересекает сторону AD в точке M, равноудаленной от вершин B и D. Найдите площадь прямоугольника ABCD, если BC = $6\sqrt{3}$.

47. Прямая, проходящая через вершину В прямоугольника ABCD перпендикулярно диагонали AC, пересекает сторону AD в точке M, равноудаленной от вершин B и D. Найдите площадь прямоугольника ABCD, если BC = 9.

48. В прямоугольной трапеции острый угол при основании равен 30^o, а сумма оснований равна 12 и сумма боковых сторон равна 18.

49. Боковые стороны AB и CD трапеции ABCD равны соответственно 28 и 35, а основание BC равно 7. Биссектриса угла ADC проходит

50. Катеты прямоугольного треугольника равны 15 и 36. Найдите высоту, проведенную к гипотенузе.

51. Внутри параллелограмма ABCD выбрали произвольную точку F. Докажите, что сумма площадей треугольников BFC и AFD равна

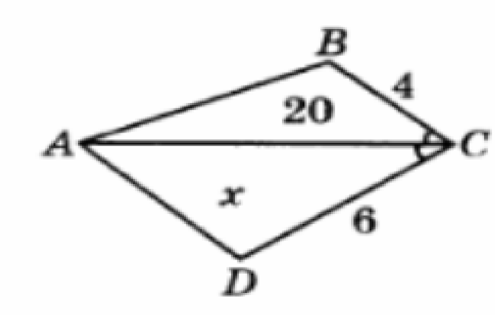
52. Найдите площадь круга, вписанного в сектор круга радиуса 20 см с хордой 10 см.

53. Радиус круга равен 2см. По разные стороны от центра круга проведены две параллельные хорды, равные соответственно сторонам правильного треугольника и правильного шестиугольника, вписанных в данный круг. Найдите площадь части круга, находящегося между хордами.

54. Сумма диагоналей ромба равна 70 см, а его периметр равен 100 см. Найдите площадь этого ромба.

55. Найдите площадь ромба, периметр которого равен 60 см, а разность диагоналей равна 6см.

56. Найти площадь треугольника *ACD*.



57. Площадь треугольника ABC равна 56 см^2. Найдите площадь треугольника, стороны которого равны медианам треугольника ABC.

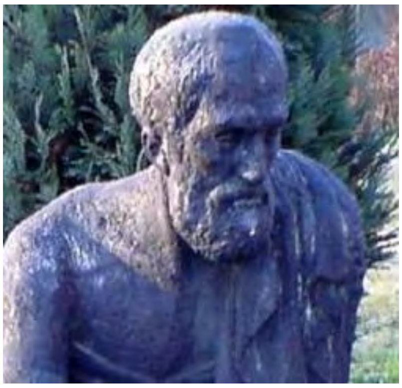
58. Найдите площадь треугольника, медианы которого равны 12,15 и 21. Биссектрисы углов A и B параллелограмма *ABC D* пересекаются в точке K. Найдите площадь параллелограмма, если BC = 7, а расстояние от точки K до стороны AB равно 4.

59. Биссектрисы углов A и B параллелограмма ABCD пересекаются в точке K. Найдите площадь параллелограмма, если BC=2, а расстояние от точки K до стороны AB равно 8.

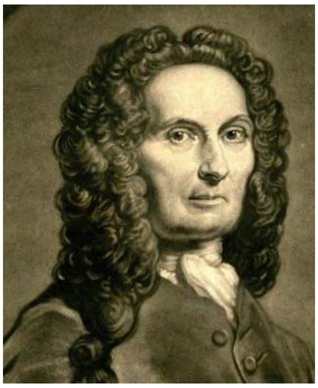
Исторические сведения

«Интересные факты о математиках»

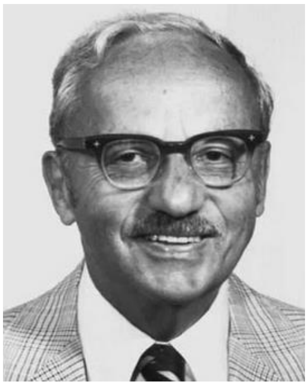
Многие впоследствии великие математики не отличались хорошим поведением в школе и успеваемостью. К таким "нерадивым" ученикам можно отнести ***Исаака Ньютона.*** Он числился в ряду едва успевающих. Взялся за ум учёный лишь после того, как один из его преуспевающих одноклассников назвал его глупцом.



Архимед при помощи математических расчетов помог сконструировать жителям родного города Сиракузы множество всевозможных механизмов, которые успешно помогали обороняться в войне против римлян. На что Марцелл вынужден был однажды сказать: «Надо прекратить войну против геометра». Только измена жителей помогла римлянам проникнуть в Сиракузы.



Известный английский математик, ***Абрахам де Муавр***, на склоне лет своей жизни обнаружил, что длительность его сна ежедневно увеличивается на 15 минут. Составив несложную арифметическую прогрессию, высчитал дату, в которую длительность его сна составит 24 часа – 27 ноября 1754 года. Примечателен тот факты, что именно в этот день он и умер.

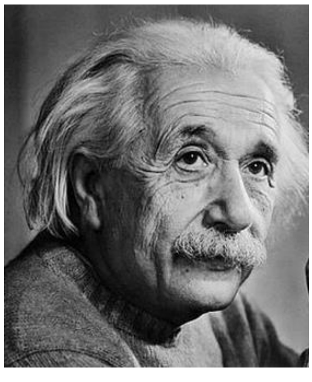


Однажды, в свою студенческую пору, американский математик ***Джордж Данциг*** опоздал на занятия и ошибочно принял, записанные на доске уравнения, как домашнее задание. Оно оказалось сложным, но Данциг с ним справился. По прошествии времени выяснилось, что он решил 2 «нерешаемых» проблемы в статистике, над которыми ученые бились долгое время.

Далеко не все, даже великие математики, умеют быстро производить в уме простые арифметические действия. Примером тому, может быть случай происшедший с немецким математиком ***Эрнстом Куммером*** – большим знатоком теории чисел, умевшим оперировать сложнейшими математическими понятиями. Однажды, по ходу лекции, он замешкался, пытаясь умножить 7 на 9. Студенты, ради шутки, предложили ему 2 варианта, и оба неверных – 61 и 66.

Михаилу Михайловичу Остроградскому, российскому математику очередная догадка пришла прямо на улице во время прогулки. Ученый не растерялся и нашел какую-то черную вертикальную поверхность и начал на ней спешно делать записи. Однако, вместо того чтобы находится в состоянии покоя «доска» начала вдруг спешно удаляться! Только спустя некоторое время ученый понял, что это был бортик отъезжающей кареты.

Русская женщина-математик, ***Софья Васильевна Ковалевская,*** с математикой была уже знакома ещё с раннего детства. При ремонте, на её комнату не хватило обоев, поэтому, вместо них, были наклеены листы из лекций Михаила Михайловича Остроградского по дифференциальному и интегральному исчислениям. Ради продолжения своей научной карьеры, Софье Васильевне Ковалевской пришлось на время оформить фиктивный брак. В Российской империи, женщинам не положено было заниматься наукой. К тому же, её отец всячески препятствовал выезду дочери заграницу. Единственным способом покинуть страну было замужество. По прошествии времени, фиктивный брак перерос в реальный, в котором Софья Васильевна родила дочь.



Одна знакомая дама просила ***Эйнштейна*** позвонить ей, но предупредила, что номер ее телефона очень сложно запомнить: — 24-361. Запомнили? Повторите! Удивленный Эйнштейн ответил: — Конечно, запомнил! Две дюжины и 19 в квадрате

Александр Мелентьевич Волков, по образованию был математиком и преподавал её в одном из московских институтов, В конце 1930-х годов он увлёкся английским языком и для развития своих практических навыков решил самостоятельно перевести известную в то время сказку «Удивительный волшебник из страны Оз» американского писателя Лаймена Фрэнка Баума, чтобы потом пересказать её своим детям. Сказка пришлась им по вкусу, и они стали требовать от него её продолжения занимательной истории. В связи с этим, ученый стал придумывать от себя всё новые и новые истории.

Рукопись была одобрена Самуилом Яковлевичем Маршаком и была, впоследствии переведена на 13 языков. Так родилось известное нам литературное произведение «Волшебник Изумрудного города» и ряд других сказок о жителях и приключениях Волшебной страны.

Леонардо да Винчи вывел правило, согласно которому квадрат диаметра ствола дерева равен сумме квадратов диаметров ветвей, взятых на общей фиксированной высоте. Более поздние исследования подтвердили его с одним лишь отличием — степень в формуле необязательно равняется 2, а лежит в пределах от 1,8 до 2,3. Традиционно считалось, что эта закономерность объясняется тем, что у дерева с такой структурой оптимальный механизм снабжения веток питательными веществами. Однако в 2010 году американский физик Кристоф Эллой нашёл более простое механическое объяснение феномену: если рассматривать дерево как фрактал, то закон Леонардо минимизирует вероятность слома веток под воздействием ветра.

«Ромб»

Ромб - один из фундаментальных символов, впервые появившийся на территории нашей страны в эпоху энеолита (памятники Трипольской культуры). Ромб обозначал представление тогдашнего человека об окружающем мире, о реальности, наполненную непонятными ей силами. Позже, в неолите ромб обозначал женское начало: с женщиной стали связывать плодородие. На свадебных юбках, на вышитых рукавах женских рубашек, на девичьих головных уборах очень часто встречается ромб.

Многие награды за окончание вузов и военных академий изготавливаются в форме ромба.

Ромб используют, как знак автомобилей.

RENAULT

«История возникновения синуса и косинуса»

Синус обязан своему появлению на свет великому индийскому математику-астроному Ариабхату. Он оказал большое влияние на возникновение тригонометрии дав точное определение синусу и косинусу. В своих работах ученый назвал синус ардха-джа (ардха – половина, джа – тетива лука, которую напоминает хорда). Люди называли его просто джа.

Арабские математики изучили работу Ариабхаты, перевели её на арабский язык, после чего новым именем синуса стало джиба. Позже при переводе арабских математических текстов оно было заменено латинским синус (sinus – изгиб, кривизна).

Ариабхата был первым, кто разработал детализированные таблицы синуса с интервалом 3.75° от 0° до 90° и до 4-х знаков после запятой. Он использовал алфавитный код для определения интервала. При использовании таблицы Ариабхаты, было доказано правильное значение $Sin30^0$. Астрономические вычисления Ариабхаты подверглись некому влиянию арабов, которые обращались к его тригонометрическим таблицам для составления многих астрономических таблиц.

Слово *косинус* намного моложе синуса и пошло от сокращенного латинского выражения completely sinus, что обозначает “дополнительный синус”.

«История развития понятия площади»

Необходимость измерять площадь возникла у человека тогда, когда он стал переходить от кочевого образа жизни к оседлому. Занятие земледелием, строительством жилищ, другие виды деятельности потребовали измерения площади. Зачатки геометрических знаний, связанных с измерением площадей, теряются в глубине тысячелетий. Еще в 4 – 5 тысяч лет назад вавилоняне умели определять площадь прямоугольника и трапеции в квадратных единицах. Сохранились планы земельных участков, разделенных на треугольники, прямоугольники, трапеции. Их площади вычислялись как по точным правилам, так и приближенно.

В своих «Началах» Евклид не применял слово «площадь», так как он под словом «фигура» понимает часть плоскости, ограниченную той или иной замкнутой линией, и под понятием фигуры подразумевал и ее площадь. Евклид результат измерения площади не выражает числом, сравнивал площади различных фигур между собой. При решении задачи о построении квадрата, равновеликого любому данному Евклид оперировал самими площадями, а не числами, которые выражают эти площади. Извлечение квадратного корня для Евклида происходило не алгебраическим путем, а геометрическим: извлечь квадратный корень из числа означало построить стороны квадрата, площадь которого равна площади данного многоугольника.

Задача на вычисление площади круга так же возникла в глубокой древности. В папирусе Ахмеса описано, что за площадь круга S принимали квадрат со сторонами равными 8/9диметра^2, то есть $S = (\frac{8}{9} \cdot 2R)^2 = \frac{256}{81} R^2$. Для соотношения длины окружности к диаметру бралось π= 256/81 ≈ 3, 1605... В древнеегипетских и вавилонских текстах значение π=3, римляне принимали π=3,12... Эти значения были получены путем прямого измерения длины окружности с помощью веревки.

«Измерение площадей»

Вначале людей удовлетворяли субъективные меры, общие для жителей некоторой территории. Так, например, в Южной Индии единицей измерения площади был участок земли, который занимал загон овец. В России такой мерой был "плуг" - часть поля, которую можно было вспахать на паре волов за день. В Америке - индейцы при покупке земли в качестве единиц измерения принимали территорию, которую человек мог обежать за один день. Поэтому покупатели обычно нанимали для этой цели самого быстрого бегуна.

В Вавилоне простейшим из инструментов измерения площади была верёвка длиной в гар. Сначала ей мерили одну сторону поля, затем сторону перпендикулярную к ней и получали квадратный гар. Шумеры называли его шар или сар, вавилоняне – сару, что в переводе означает «грядка». Остальные меры площади получались пересчётом: 100 грядок составляли поле, по – вавилонски – ику; 6 полей – ашлу (верёвку). В переводе на наши меры ашлу-2,117 га. 3 верёвки составляли бур (колодец).

В Египте сечат, ремен, хесеб, са - меры площади. 1 сечат = 2 ременам = 4 хесебам = 8 са = 100 мехам = 2735 кв. м.

Как и во всех древних государствах, основной ценностью в Китае была земля. По – видимому, полномерным можно было считать поле – цин, состоявшее из 100 му земли. Сама же му состояла из 240 квадратиков со стороной, равной двойному шагу бу. Такой квадрат содержал 2,75 квадратных метра, следовательно, в му был 661 кв. м. Поле - цин было большой площадью. 3 и три четверти цин составляли квадратный ли. Таким образом: 1 цин = 100 му = 24000 кв. бу = 6,61 га.

Основной единицей площади в древнем Риме можно считать югер. Он делится на 2 квадратных акта, 2 югера составляли гередий. 200 югеров образовывали центурию, 4 центурии- сальт. Обычно мерили землю югерами, которые с древности делились на унции

В древности мерили землю в разных провинциях Италии по – разному: где пертикой (шестом), и там счётной единицей становилась квадратная пертика; где катеной (цепью) – с единицей квадратная катена. Основной поземельной единицей в большинстве мест Северной Италии была табула (полоса) и стайо.

Ещё во времена англосаксонов, VIII-X вв., в Англии существовала мера земли гайда или мансус, иначе её называли «плуговая запашка». Гайда определялась в 120 акров. Акр делился на 4 руда по 40 кв. родов, или перчей. Род^2 равен 25,29 кв. м, а в акре насчитывалось 160 таких родов. Была ещё малоупотребимая единица площади-ярдленд, равная 1/3 гайды.

В «Русской правде» - законодательном памятнике, который относился к 11-13 векам, употребляется земельная мера плуг. Это была мера земли, с которой платили дань. Есть некоторые основания считать плуг равным 8-9 гектарам. Как и во многих других странах, за меру площади участок принимали количество ржи, необходимое для засева этой площади. В 13-15 веках основной единицей площади была кадь- площадь, для засева которой нужно было примерно 400 кг ржи. Половина этой площади, получившая название десятина, стала основной мерой площадей в дореволюционной Руси. Она равнялась примерно 1,1 гектара. Десятина иногда называлась коробьей.

Другая единица, равная половине десятины, называлась четверть.

Налоговой единицей земли была соха (количество пахотной земли, которое был в состояние обработать один пахарь). В Новгороде – обжа, которая имела различные размеры в зависимости от качества земли и социального положения (духовенство, крестьяне, служильные).

Десятина, которая в быту местами имела и другие размеры, делилась на 2 четверти, четверть в свою очередь делилась на 2 осьмины, осьмины – на 2 полуосьмины, полуосьмина – на 2 четвертика и т.д.

В России это были старинные меры, узаконенные еще Петром 1. Вот они и их перевод в современные единицы измерения.

1квадратная (кв.) верста = 250000 кв. саженей = 1,1381 км^2;

1 десятина = 2400 кв. саженям =1,0925 га = 10925 м^2;

1 кв. сажень = 9 кв. аршинам =4,5522 м2;

1 кв. аршин = 256 кв. вершкам = =0,5058 $м^2$;

1 кв. вершок = 19,758 $см^2$.

Верста – от глагола «вертеть». Исходное значение – «расстояние от одного поворота плуга до другого во время пахоты» (1,067 км). До XVIII в. на Руси существовала и межевая верста в 1000 саженей (2,13 км), для определения расстояния между населенными пунктами и для межевания (межа – граница земельных владений в виде узкой полосы).

При Петре I была введена верста длиной в 500 саженей. На таком расстоянии друг от друга вдоль наиболее важных дорог ставили столбы, окрашенные в два цвета. Отсюда название «столбовая дорога». В начале XIX в. на «черно – белых» полосатых столбах появились цифры, которые показывали расстояние в верстах.

Сажень – происходит от слова «сягать», т.е. доставать до чего-либо. Различали три вида сажени: простая, маховая и косая. От глагола «сягать» слово «недосягаемый» - о месте, куда невозможно добраться. «Косая сажень» - (216 см) расстояние от пальцев левой ноги до конца пальцев правой руки.

Маховая сажень – расстояние между концами пальцев распростертых рук, это 3 аршина (176 см). Простая сажень – это расстояние между концами больших пальцев распростертых рук (152 см). Эта сажень называлась простой или прямой саженью, содержала4 локтя в или 8 пядей в 19 см. Десятина – старинная мера земельной площади. В России в первой половине XIX века существовало несколько видов десятин: Казенная 60*40= 2 400 кв. саженей (1,09 га), Хозяйственная 80*40= 3 200 кв. саженей (1,45 га), Круглая 60*60= 3 600 кв. саженей (1,64 га), Долгая 100*40= 4 000 кв. саженей (1,82 га), сотенная 100*100=10 000 кв. саженей (4,53га).

Существовала так же церковная десятина, впервые введѐнная Владимиром I. Десятую часть доходов отдавали церкви. Аршин - происходит от персидского слова "арш" - локоть. Это длина всей вытянутой руки от плечевого сустава до концевой фаланги среднего пальца. В аршине 71,1 см.

В разных губерниях России были свои единицы измерения длины, поэтому купцы, продавая свой товар, как правило, мерили его своим аршином, обманывая при этом покупателей. Чтобы исключить путаницу, был введен казенный аршин, т.е. эталон аршина, представляющий собой деревянную линейку, на концах которой клепались металлические наконечники с государственным клеймом.

Не метрические единицы измерения площади, применяемые в англоязычных странах:

Квадратная миля (США) (staturesquaremile) 2,58999 кв.км.

Акр (acre) 4046,86 м2=0,404686 га.

Квадратный ярд (squareyard) - 0,836127 кв.м.

Квадратный фут (squarefoot) - 926,030 кв.см.

Большинство старых мер забыто, вышло из употребления, но многие из них фигурируют в литературных произведениях, исторических памятниках. Они заложены в старинных постройках, в древних рецептах лекарств.

То, что в разных странах существовали различные меры длины, веса, площади и т. п., было неудобно. Это мешало развитию торговли, ремесел, поэтому назрела необходимость введения единой системы мер. В 1791 году Национальное собрание Франции по предложению Комиссии по мерам и весам Академии наук утвердило новую систему мер, которая, по мнению ее создателей, годилась "на все времена и для всех народов". В соответствии с этой системой длина измерялась в метрах, вес - в килограммах, а площадь земельных участков - в арах. В 1875 году 17 стран, в том числе и Россия, подписали. Метрическую конвенцию, по которой обязывались ввести в своих странах систему мер, разработанную французскими учеными. Но еще долго всюду употреблялись местные меры. Метрическая система мер была в России допущена в XIX в. законом разработанным Д.И. Менделеевым. Основная единица длины- 1 метр (от греческого слова "метрон"- мера). Метр равен 1/40000000 части земного меридиана. Эталон метра хранится в Международном бюро мер и весов во Франции. Основная единица площади 1 м^2. Только после Великой Октябрьской социалистической революции метрическая система стала обязательной на всей территории России. 14 сентября 1918 года был принят декрет "О введении международной метрической десятичной системы мер и весов". Окончательно же эта система вошла в употребление в СССР с 1927 года.

Список использованных источников.

Литература

1. Геометрия: 7-9 классы: учебник для общеобразовательных организаций./ Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – М: «Просвещение», 2020.
2. Геометрия. 9 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений./ В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, В.В. Прасолов – Москва: «Просвещение», 2019.
3. Геометрия: 7 класс: Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений /А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир,– М.: «Вентана-Граф», серия «Алгоритм успеха», 2019.
4. Геометрия: 8 класс: Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений /А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир,– М.: «Вентана-Граф», серия «Алгоритм успеха», 2019.
5. Геометрия: 7-9 классы: учебник для общеобразовательных организаций. А.В. Погорелов – М: «Просвещение», 2018.
6. Глейзер Г.И. История математики в школе 7-8 кл. Пособие для учителей. – М.: Просвещение, 1982. – 240 с.
7. Малых А.Е. Площади геометрических фигур: учеб. пособие / А.Е. Малых, М.И. Глухова: Перм. гос. пед. ун-т. – Пермь, 2011. – 108 с.
8. Математика. Основной государственный экзамен. Готовимся к итоговой аттестации: [учебное пособие]/ А.В. Семенов, А.С. Трепалин, И.В. Ященко, П. И. Захаров, И.Р. Высоцкий, Л.А. Титова; под ред. И.В. Ященко – Москва: Издательство «Интеллект _ Центр», 2021.
9. Наглядная геометрия. 5-6 кл,: учебник/Шарыгин И.Ф., Ерганжиева Л.Н.-М.: Дрофа, 2017.
10. ОГЭ по математике от А до Я. Задачи по геометрии.2020 год. / И.В. Ященко, С.А. Шестаков – М.: МЦНМО, 2020.
11. Саматов Н.М. Строительная математика. – М.: Высшая школа, 1975.
12. Юшкевич А.П. История математики в средние века. - М.: ГИФМЛ, 1961
13. Ященко И. В., Шестаков С. А. ОГЭ по математике от А до Я. Задачи по геометрии. 2020 год – М.: МЦНМО, 2020. – 120 с.
14. Ященко И. В. ОГЭ: 3000 задач с ответами по математике. Все задания части 1 / И. В. Ященко, Л. О. Рослова, Л. В. Кузнецова, С. Б. Суворова, А. С. Трепалин, П. И. Захаров, В. А. Смирнов, И. Р. Высоцкий; под ред. И. В. Ященко. – М.: Издательство «Экзамен», МЦНМО, 2020. – 526, [2] с. (Серия «ОГЭ. Банк заданий»).

Интернет-ресурсы

1. ФГБНУ «Федеральный институт педагогических измерений» Открытый банк заданий ОГЭ по математике https://fipi.ru/oge/otkrytyy-bank-zadaniy-oge#!/tab/173942232-2
2. ФГБУ «Федеральный институт оценки качества образования» образцы и описания проверочных работ для проведения ВПР в 2021 году https://fioco.ru.
3. Открытый банк задач ЕГЭ по Математике (базовый и профильный уровни) (https://base.mathege.ru/, https://prof.mathege.ru/).
4. http://amazing-facts.ru/people/fakty_o_matematikah.html
5. https://artishki.ucoz.ru/publ/istorija/romb_kak_odin_iz_drevnejshikh_simvolnykh_arkhetipov_slavjan/2-1-0-71
6. https://multiurok.ru/blog/istoriia-vozniknoveniia-sinusa.html